

ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка”	4
Зміст дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка”	5
Питання для самоконтролю	9
Типові завдання контрольних робіт	13
Список літератури	14

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*
Редактор *М. В. Дроздецька*
Комп’ютерне верстання *А. П. Нечипорук*

Зам. № ВКЦ-4670

Формат 60×84/₁₆. Папір офсетний.
Друк ротативний трафаретний.

Ум. друк. арк. 0,93. Обл.-вид. арк. 0,56. Наклад 30 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»
03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. ХХ

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб’єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008 р.*

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ
ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА”
(для бакалаврів)

Київ
ДП «Видавничий дім «Персонал»
2012

Підготовлено доцентом кафедри прикладної математики та інформаційних технологій *С. С. Шкільняком*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 3 від 28.08.08)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Шкільняк С. С. Навчальна програма дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2012. — 16 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка”, питання для самоконтролю, типові завдання контрольних робіт, а також список літератури.

- © Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2012
- © ДП «Видавничий дім «Персонал», 2012

14. *Шенфилд Дж.* Математическая логика. — М.: Наука, 1975. — 528 с.
15. *Шкільняк С. С.* Математична логіка: приклади і задачі. — К.: ВПЦ Київський ун-т., 2002. — 56 с.
16. *Шкільняк С. С.* Теорія алгоритмів: приклади і задачі. — К., 2003. — 93 с.

Додаткова

17. *Андон Ф. И., Яшунин А. Е., Резниченко В. А.* Логические модели интеллектуальных информационных систем. — К.: Наук. думка, 1999. — 396 с.
18. *Булос Дж., Р. Джеффри.* Вычислимость и логика. — М.: Мир, 1994. — 396 с.
19. *Гильберт Д., Бернайс П.* Основания математики. Т. 1, Т. 2. — М.: Наука, 1982.
20. *Гиндикин С. Г.* Алгебра логики в задачах. — М.: Наука, 1972. — 288 с.
21. *Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Юценко Е. Л.* Алгебра. Языки. Программирование. — К.: Наук. думка, 1974. — 328 с.
22. *Ершов Ю. Л., Палютин Е. А.* Математическая логика. — М.: Наука, 1979. — 320 с.
23. *Ишмуратов А. Т.* Вступ до філософської логіки. — К.: Абрис, 1997. — 360 с.
24. *Кондаков Н. И.* Введение в логику. — М.: Наука, 1967. — 466 с.
25. *Костюк В. Н.* Элементы модальной логики. — К.: Наук. думка, 1978. — 179 с.
26. *Лисовик Л. П., Редько В. Н.* Алгоритмы и формальные системы. — К.: КГУ, 1981. — 112 с.
27. *Манин Ю. И.* Доказуемое и недоказуемое. — М.: Советское радио, 1979. — 168 с.
28. *Манин Ю. И.* Вычислимое и невычислимое. — М.: Советское радио, 1980. — 128 с.
29. *Непейвода Н. Н.* Прикладная логика. — Новосибирск: НГУ, 2000. — 521 с.
30. *Новиков П. С.* Элементы математической логики. — М.: Наука, 1973. — 400 с.
31. *Роджерс Х.* Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость. — М.: Мир, 1972. — 624 с.
32. *Справочная книга по математической логике / Под ред. Дж. Барвайса.* Ч. 1 — Ч. 4. — М.: Наука, 1982–1983.
33. *Столл Р.* Множества. Логика. Аксиоматические теории. — М.: Просвещение, 1968. — 232 с.
34. *Трохимчук Р. М.* Дискретна математика. — К.: МАУП, 2006.
35. *Такеути Г.* Теория доказательств. — М.: Мир, 1978. — 412 с.
36. *Хромой Я. В.* Математична логіка. — К.: Вища шк., 1983. — 208 с.

Типове завдання контрольної роботи № 3 (модуль 4)

1. МНР-програма для $f(x, y) = 3x + y + 1$.
2. Машина Тьюринга для функції $f(x, y) = \text{sg}(x + y)$.
3. НА для функції $f(x, y) = 2^x + 3y$.
4. ОТ алгебри ЧРФ для $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_3)^{x_2}$.

Типове завдання контрольної роботи № 4 (модуль 5)

1. Чи існує РФ s :
 - a) $\forall x \forall y E_{s(xy)} = (D_{2x} \cup D_{x+y}) \cap E_{2y}$?
 - b) $\forall x \forall y \forall z D_{s(xy,z)} = \overline{D_x} \setminus (E_y \cup D_z)$?
2. Чи буде РПМ множина $\{x \mid D_x \supseteq \{1, 2, 3\}\}$?
3. Чи буде ЧРП предикат " $x^2 \in E_y^3$ "?
4. Сформулюйте та доведіть релятивну теорему Поста.
5. Вкажіть місце в арифметичній ієрархії предикату " $E_x \neq D$ ".

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Андерсон Д. А. Дискретная математика и комбинаторика. — М.: Вильямс, 2003. — 960 с.
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. — М.: Мир, 1979. — 536 с.
3. Капітонова Ю. В., Кривий С. Л., Лещевський О. А., Луцький Г. М., Печурін М. К. Основи дискретної математики. — К.: Наук. думка, 2002. — 579 с.
4. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. — М.: Мир, 1983. — 256 с.
5. Кшти С. Математическая логика. — М.: Мир, 1973. — 480 с.
6. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: Наука, 1975. — 240 с.
7. Лісовик Л. П., Шкільняк С. С. Теорія алгоритмів. — К., 2003. — 163 с.
8. Мальцев А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции. — М.: Наука, 1965. — 392 с.
9. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. — М.: Наука, 1976. — 320 с.
10. Нікітченко М. С., Шкільняк С. С. Основи математичної логіки. — К.: ВПЦ Київський ун-т., 2006. — 246 с.
11. Успенский В. А., Семенов А. Л. Теория алгоритмов: основные открытия и приложения. — М.: Наука, 1987. — 288 с.
12. Фейс Р. Модальная логика. — М.: Наука, 1974. — 520 с.
13. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. — М.: Наука, 1983. — 256 с.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Дисципліна “Теорія алгоритмів та математична логіка” є базовою нормативною дисципліною спеціальностей “інформатика” та “прикладна математика”, що читається в 3–4 семестрах в обсязі 108 годин аудиторних занять, із них 60 годин лекцій та 48 годин практичних занять. Програмою курсу передбачено залік в кінці 3-го семестру та іспит в кінці 4-го семестру.

Метою і завданням навчальної дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка” є засвоєння базових знань з основ математичної логіки і теорії алгоритмів. Поняття і методи математичної логіки необхідні для обґрунтування правильності тих чи інших способів отримання істинного знання, теорія алгоритмів є теоретичним фундаментом програмування. Апарат математичної логіки і теорії алгоритмів необхідний для адекватного моделювання різноманітних предметних галузей, створення сучасних програмних та інформаційних систем. Тому належне оволодіння основними поняттями і методами математичної логіки і теорії алгоритмів необхідне для формування висококваліфікованих спеціалістів у галузях прикладної математики та інформатики.

Предмет навчальної дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка” включає в себе вивчення базових понять і методів математичної логіки і теорії алгоритмів, розгляд семантичних моделей логіки, формально-аксіоматичних логічних систем, формальних моделей алгоритмів та алгоритмічно обчислюваних функцій.

Для засвоєння курсу необхідні знання, навички, здобуті при вивченні шкільного курсу математики, курсів дискретної математики, алгебри, програмування. Студент повинен знати основи теорії множин, булеві функції, основи загальної алгебри.

Нормативна навчальна дисципліна “Теорія алгоритмів та математична логіка” є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня “бакалавр”. Курс теорії алгоритмів та математичної логіки потрібен для подальшого вивчення таких розділів математики та інформатики, як системне програмування, бази даних та інформаційні системи, системи штучного інтелекту, моделі та структури даних, сучасні інформаційні технології, комп’ютерна графіка, розпізнавання образів, оптимізація обчислень, системи автоматизованого керування.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН
дисципліни
“ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
	Змістовий модуль I. Пропозиційна логіка
1	Основні поняття логіки. Пропозиційна логіка
2	Пропозиційне числення
3	Секвенційне числення пропозиційної логіки
	Змістовий модуль II. Логіки 1-го порядку
4	Моделі та мови логік 1-го порядку
5	Теорії 1-го порядку
6	Секвенційні числення логік 1-го порядку
	Змістовий модуль III. Нетрадиційні логіки
7	Інтуїціоністська логіка
8	Модальні логіки
	Змістовий модуль IV. Формальні моделі алгоритмів та АОФ
9	МНР. Машини Тьюринга. Нормальні алгоритми
10	Обчислюваність функцій на N . ПРФ, РФ, ЧРФ. Теза Чорча
	Змістовий модуль V. Теорія алгоритмів. Арифметика
11	Кодування. Нумерації. Універсальні функції
12	Розв'язність та нерозв'язність
13	Відносна обчислюваність. Складність обчислень
14	Арифметичність. Арифметична ієрархія
Разом годин: 108	

83. Дайте визначення класу елементарних функцій.
84. Дайте визначення МНР з оракулом, α -обчислюваної функції, α -ЧРФ.
85. Сформулюйте тезу Тьюринга.
86. Сформулюйте релятивні варіанти відомих вам теорем теорії алгоритмів.
87. Дайте визначення арифметичного предикату, множини, функції.
88. Сформулюйте теорему Тарського. У чому полягає значення теореми Тарського?
89. Дайте визначення класів предикатів Σ_n , Π_n та Δ_n , класів множин Σ_n , Π_n та Δ_n . Зобразіть арифметичну ієрархію класів арифметичних предикатів та множин.
90. Опишіть алгоритм Тарського – Куратовського.

ТИПОВІ ЗАВДАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Типове завдання контрольної роботи № 1 (модуль 1)

1. Встановіть, чи правильно $\{A \rightarrow B, C \rightarrow D, A \vee D\} \models B \vee C$?
2. Доведіть у ПЧ без використання ТТ: $\vdash (\neg A \rightarrow B) \vee \neg A$.
3. Доведіть або спростуйте методом резолюцій пропозиційної логіки $\{A \rightarrow C, \neg D \rightarrow B, A \vee \neg B\} \models D \vee C$.
4. Доведіть або спростуйте, використовуючи пропозиційне секвенційне числення і ТТ:
 - a) якщо $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow C$, то $\vdash A \rightarrow C$;
 - b) якщо $\vdash A \rightarrow C$, то $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow C$.
5. Доведіть або спростуйте в пропозиційному секвенційному численні: $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \rightarrow (A \& B \rightarrow C)$.

Типове завдання контрольної роботи № 2 (модулі 2 та 3)

1. Вкажіть формулу L_{ar} , що виражає предикат “не існує простих чисел, кратних 4”.
2. Встановіть, чи правильно:
 - a) $\models \exists x(P \& Q) \rightarrow xP \& Q$?
 - b) $\forall xP \exists xQ \models \forall xP \& Q$?
3. Доведіть $\vdash \forall xP \vee xQ \rightarrow \forall x(P \vee Q)$.
4. У секвенційному численні доведіть або спростуйте (вказавши контрприклад): $\forall xA(x) \& B(x) \rightarrow \forall x(A(x) \& B(x))$.
5. Збудуйте виведення в ІСПЧ або доведіть його відсутність, збудувавши контрмодель, для формули $\neg \neg (A \vee \neg A)$.
6. Опишіть синтаксис та реляційну семантику мови епістемічної логіки знання з двома експертами.

63. Дайте визначення нормального алгоритму Маркова. Як визначається обчислюваність функції $f : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ за допомогою НА?
64. Дайте визначення ПРФ, ЧРФ та РФ. Вкажіть властивості ПРФ, ЧРФ та РФ.
65. Дайте визначення алгебри ЧРФ та алгебри ПРФ, операторного терму (ОТ) алгебри ЧРФ та ОТ алгебри ПРФ.
66. Сформулюйте теореми про ПРФ.
67. Сформулюйте тезу Чорча. У чому полягає значення тези Чорча?
68. Що таке кодування? Нумерація? Однозначна нумерація? Ефективна нумерація?
69. Як визначаються канторові нумерації пар та n -ок натуральних чисел?
70. Як задаються кодування та нумерація МНР-програм? Кодування та нумерація МТ? Кодування ОТ алгебри ЧРФ та кодування ОТ алгебри ПРФ?
71. Як задаються стандартні нумерації n -арних ЧРФ?
72. Дайте визначення універсальної функції. Наведіть теореми про універсальні функції. Що таке універсальна ЧРФ? Універсальна МНР-програма? Універсальна МТ?
73. Сформулюйте s - m - n -теорему в загальному вигляді та в спрощеній формі.
74. Дайте визначення РМ, ПРМ, РПМ. Які співвідношення між класами ПРМ, РМ, РПМ? Наведіть властивості РМ та РПМ. Сформулюйте еквівалентні визначення РПМ.
75. Дайте визначення РП, ПРП, ЧРП. Які співвідношення між класами ПРП, РП, ЧРП? Наведіть властивості РП та ЧРП.
76. Що таке алгоритмічно розв'язна масова проблема? Частково алгоритмічно розв'язна масова проблема?
77. Як формулюється проблема зупинки? Проблема самозастосовності? Сформулюйте наслідки алгоритмічної нерозв'язності проблеми самозастосовності.
78. Сформулюйте теорему Райса. В чому полягає значення теореми Райса?
79. Сформулюйте теорему, дуальну до теореми Райса.
80. Що таке функція складності обчислень?
81. Що таке функція, обчислювана за лінійний час?
82. Дайте визначення класів P та NP . Що таке NP -повна множина (предикат)?

ЗМІСТ
дисципліни
“ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА”

Змістовий модуль І. Пропозиційна логіка

Тема 1. Основні поняття логіки. Пропозиційна логіка

Предмет математичної логіки і теорії алгоритмів. Поняття висловлення, предикату. Числення, формальні системи. Алгоритми, відносні алгоритми. Алгоритмічно обчислювані функції. Алгоритмічна перелічність, розв'язність.

Пропозиційна логіка. Логічні зв'язки, їх властивості. Мова пропозиційної логіки. Пропозиційні формули (ПФ). Тавтології. Основні закони пропозиційної логіки.

Логічний (тавтологічний) наслідок, логічна (тавтологічна) еквівалентність. Несуперечливість множини ПФ. Відношення логічного наслідку для множин ПФ.

Література [1; 5; 9; 10; 14; 15; 24; 29]

Тема 2. Пропозиційне числення

Аксиоматичні логічні системи гільбертівського типу. Пропозиційне числення, його аксіоми і правила виведення.

Приклади виведень у пропозиційному численні.

Теорема тавтології. Коректність та повнота пропозиційного числення. Розв'язність пропозиційного числення.

Автоматизація пошуку виведень. Метод резолюцій пропозиційної логіки.

Література [3; 5; 9; 10; 13–15; 26]

Тема 3. Секвенційне числення пропозиційної логіки

Аксиоматичні логічні системи генценівського типу. Секвенції. Секвенційні форми, секвенційні дерева.

Пропозиційне секвенційне числення, його коректність і повнота.

Приклади виведень у пропозиційному секвенційному численні.

Література [5; 10; 22; 29; 35]

Змістовий модуль II. Логіки 1-го порядку

Тема 4. Моделі та мови логік 1-го порядку

Квазіарні, фінарні, n -арні функції та предикати. Композиції (операції) над предикатами в логіках 1-го порядку. Квантори.

Моделі логік 1-го порядку, алгебраїчні системи (АС).

Мови логік 1-го порядку, поняття терму та формули. Вільні та зв'язані змінні. Замкнені терми та формули.

Виразність предикатів, множин, функцій в АС. Мова арифметики. Арифметичні предикати, множини, функції. Істинні арифметичні формули.

Істинність та виконуваність формул, всюди істинність. Тавтологічний, логічний та слабкий логічний наслідок.

Еквівалентні перетворення формул. Пренексна нормальна форма.

Література [3; 5; 9; 10; 14; 15; 17–19; 22; 29; 32]

Тема 5. Теорії 1-го порядку

Теорії 1-го порядку, аксіоми і правила виведення. Моделі теорії 1-го порядку. Приклади теорій 1-го порядку. Формальна арифметика.

Приклади виведень у теоріях 1-го порядку. Теорема тавтології. Теорема дедукції.

Несуперечливість, максимальність (повнота), розв'язність теорій 1-го порядку.

Теорема Гьоделя про повноту та її наслідки. Теорема компактності.

Теореми Гьоделя про неповноту. Значення теорем Гьоделя про неповноту.

Література [5; 9; 10; 14; 15; 18; 22; 27; 29; 32]

Тема 6. Секвенційні числення логік 1-го порядку

Секвенційні числення логік 1-го порядку. Секвенційні форми.

Коректність та повнота секвенційних числень 1-го порядку.

Приклади побудови виведень у секвенційних численнях 1-го порядку.

Література [5; 10; 22; 29]

44. Наведіть 1-ше та 2-ге формулювання теореми Гьоделя про повноту.
45. Сформулюйте теорему компактності.
46. Сформулюйте першу та другу теореми Гьоделя про неповноту. У чому полягає значення теорем Гьоделя про неповноту?
47. Наведіть базові секвенційні форми для секвенційних числень логік предикатів 1-го порядку
48. Сформулюйте теорему коректності та повноти для секвенційних числень логік 1-го порядку.
49. Що таке модель можливих світів (реляційна модель) інтуїціоністської логіки?
50. Що таке інтуїціоністське пропозиційне числення? Інтуїціоністське числення предикатів?
51. Що таке модальність? Які модальності називають алетичними? Темпоральними? Епістемічними? Деонтичними? Наведіть приклади.
52. Опишіть системи K , T , B , $S4$, $S5$ алетичної модальної логіки.
53. Опишіть модель можливих світів (реляційну модель) алетичної модальної логіки?
54. Назвіть базові часові (темпоральні) оператори? Які співвідношення їх пов'язують?
55. Опишіть мінімальне темпоральне числення. Опишіть темпоральні числення T , B , $S4$, $S5$.
56. Опишіть реляційну семантику темпоральної логіки.
57. Що вивчає деонтична логіка? Що таке деонтичний світ? Опишіть мову деонтичної логіки, семантику можливих світів для деонтичної логіки.
58. Що вивчає епістемічна логіка? Вкажіть основні модальності епістемічної логіки. Які особливості має епістемічна логіка знання?
59. Опишіть мову епістемічної логіки знання з одним експертом та з n експертами.
60. Як визначається реляційна семантика епістемічної логіки знання?
61. Що таке МНР? Опишіть команди МНР. Як визначається обчислюваність функції $f' : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ за допомогою МНР-програми?
62. Дайте визначення машини Тьюринга. Опишіть команди МТ. Як визначається обчислюваність функції $f' : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ за допомогою МТ?

24. Дайте визначення зв'язаного та вільного входження змінної у формулу, вільної змінної, замкненого терму та замкненої формули. Наведіть приклади.
25. Що таке мова арифметики? Арифметичний терм? Арифметична формула?
26. Що таке інтерпретація (модель) мови 1-го порядку?
27. Дайте визначення всюди істинної формули та виконуваної формули. Наведіть приклади.
28. Що таке тавтологія мови 1-го порядку? Як співвідносяться класи тавтологій та всюди істинних формул?
29. Дайте визначення логічного наслідку, слабкого логічного наслідку, логічної еквівалентності. Наведіть приклади. Вкажіть основні властивості.
30. Дайте визначення відношення логічного наслідку для множин формул. Вкажіть основні властивості.
31. Що таке k -істинна формула? Скінченно-істинна формула? Як співвідносяться класи скінченно-істинних та всюди істинних формул?
32. Сформулюйте теорему еквівалентності, теореми рівності для термів та для формул.
33. Що таке пренексна форма? Пренексна формула? Пренексні операції? Сформулюйте теорему про пренексну форму.
34. Що таке виразний в АС предикат? Виразна множина? Виразна функція? Наведіть приклади.
35. Що таке істинна арифметична формула? Арифметичний предикат? Арифметична множина? Арифметична функція? Наведіть приклади.
36. Дайте визначення теорії 1-го порядку. Вкажіть множину логічних аксіом та множину правил виведення теорій 1-го порядку.
37. Що таке числення предикатів 1-го порядку? Формальна арифметика?
38. Що таке модель теорії 1-го порядку? Наведіть приклади теорій 1-го порядку та їх моделей. Сформулюйте теорему істинності.
39. Сформулюйте теорему тавтології та її наслідок.
40. Сформулюйте теорему дедукції та наслідок теореми дедукції.
41. Дайте визначення несуперечливої теорії 1-го порядку, повної теорії 1-го порядку.
42. Сформулюйте теорему Лінденбаума.
43. Сформулюйте теорему розв'язності та її наслідок.

Змістовий модуль III. Нетрадиційні логіки

Тема 7. Інтуїціоністська логіка

Нетрадиційні логіки. Інтуїціоністська логіка.

Семантика можливих світів (реляційна семантика) інтуїціоністської логіки.

Інтуїціоністські числення гільбертівського та генценівського типу.

Література [5; 9; 29; 35]

Тема 8. Модальні логіки

Модальні логіки. Алетичні модальні логіки. Системи $T, B, S4, S5$.

Реляційна семантика алетичної модальної логіки.

Темпоральні модальні логіки.

Епістемічні логіки. Деонтичні логіки.

Література [3; 5; 10; 12; 17; 23; 25; 29]

Змістовий модуль IV. Формальні моделі алгоритмів та АОФ

Тема 9. МНР. Машини Тьюринга. Нормальні алгоритми

Машини з натуральнозначними регістрами (МНР). МНР-обчислюваність.

Машини Тьюринга (МТ). МТ-обчислюваність.

Нормальні алгоритми Маркова. НА-обчислюваність.

Література [3–5; 7–9; 16; 26; 31]

Тема 10. Обчислюваність функцій на N . ПРФ, РФ, ЧРФ. Теза Чорча

Обчислюваність функцій на N . Примітивно-рекурсивні функції (ПРФ), частково-рекурсивні функції (ЧРФ), рекурсивні функції (РФ).

Алгебри ЧРФ та ПРФ. Операторні терми.

Теореми про ПРФ. Елімінація примітивної рекурсії.

Еквівалентність формальних моделей алгоритмів. Теза Чорча та її значення.

Література [4; 6–9; 11; 16; 26; 31]

Змістовий модуль V. Теорія алгоритмів. Арифметика

Тема 11. Кодування. Нумерації. Універсальні функції

Кодування. Нумерації, ефективні нумерації. Канторові нумерації. Кодування та нумерації МНР-програм, МТ, операторних термів алгебр ЧРФ та ПРФ.

Стандартні нумерації n -арних ЧРФ та ПРФ. Гьодельові нумерації. s - m - n -теорема.

Універсальні функції. Теореми про універсальні функції. Універсальна ЧРФ, універсальна МТ, універсальна МНР-програма.

Література [4; 7; 8; 11; 16; 26; 31]

Тема 12. Розв'язність та нерозв'язність

Рекурсивно перелічні (РПМ) та рекурсивні (РМ) множини, їх властивості. Теорема Поста.

Частково-рекурсивні (ЧРП) та рекурсивні (РП) предикати, їх властивості.

Нерозв'язність проблем зупинки та самозастосовності. Наслідки. Індексні множини. Теорема Райса, її значення.

Література [4–9; 11; 16; 18; 26; 28; 29; 31]

Тема 13. Відносна обчислюваність. Складність обчислень

Відносна обчислюваність. МНРО-обчислювані функції, α -ЧРФ. Теза Тьюринга.

Релятивізація теорем.

Складність обчислень, міри обчислювальної складності.

Класи P та NP . P -повні та NP -повні проблеми.

Елементарні функції.

Література [2; 4–8; 11; 31]

Тема 14. Арифметичність. Арифметична ієрархія

Арифметичність ЧРФ та РПМ.

Теорема Тарського. Значення теореми Тарського.

Арифметична ієрархія. Алгоритм Тарського – Куратовського.

Література [4; 5; 7–10; 15; 26; 27; 31]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке софізм? Парадокс? Наведіть приклади софізмів та парадоксів.
2. Що таке алгоритм? Вкажіть характерні властивості алгоритмів.
3. Що таке алгоритмічно обчислювана функція? Алгоритмічно перелічна множина? Алгоритмічно розв'язна множина?
4. Сформулюйте основні закони традиційної логіки.
5. Що таке висловлення? Предикат? Наведіть приклади висловлень та предикатів.
6. Дайте визначення предикату, істинного предикату, виконуваного предикату.
7. Що таке формальна система? Правило виведення? Теорема?
8. Дайте визначення пропозиційних композицій — логічних зв'язок \neg , \vee , $\&$, \rightarrow , \leftrightarrow , \oplus . Наведіть основні властивості пропозиційних композицій.
9. Дайте індуктивне визначення пропозиційної формули (ПФ).
10. Дайте визначення тавтології. Наведіть приклади тавтологій.
11. Дайте визначення логічного наслідку та логічної еквівалентності для ПФ. Наведіть приклади. Вкажіть основні властивості.
12. Дайте визначення відношення логічного наслідку для множин ПФ. Наведіть приклади. Вкажіть основні властивості.
13. Сформулюйте теорему семантичної еквівалентності.
14. Що таке пропозиційне числення? Вкажіть аксіоми та правила виведення.
15. Сформулюйте теорему тавтології для ПЧ. Вкажіть наслідки теореми тавтології.
16. Що таке літера? Диз'юнкт? Контрарна пара літер?
17. Що таке резольвента диз'юнктивів? Як формулюється правило резолюції?
18. Що таке секвенція? Секвенційна форма? Секвенційне дерево?
19. Вкажіть базові секвенційні форми пропозиційного рівня.
20. Дайте визначення модельної множини пропозиційних формул.
21. Сформулюйте теорему коректності та повноти для секвенційних числень.
22. Дайте визначення композицій квантифікації $\exists x$ та $\forall x$. Наведіть основні властивості.
23. Дайте визначення терму та формули мови 1-го порядку.