

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“ВСТУП ДО ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ”
(для бакалаврів)

Київ
ДП «Видавничий дім «Персонал»
2010

МАУП

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальний курс “Вступ до теорії ймовірностей” має важливе значення для підготовки економістів, бізнесменів, менеджерів, бухгалтерів-аудиторів, маркетологів. Вивчення та використання закономірностей випадкових явищ дає можливість будувати кількісні моделі управління економічними системами, прогнозувати та приймати оптимальні рішення. Курс “Вступ до теорії ймовірностей” є базовою дисципліною для подальшого вивчення курсів “Математична статистика”, “Математичне програмування”, “Дослідження операцій”, “Економетрія”, “Економічний ризик та методи його обчислення” тощо.

В результаті вивчення дисципліни “Вступ до теорії ймовірностей” студенти повинні **знати**:

- основні поняття і теореми теорії ймовірностей;
- основні методи знаходження ймовірностей випадкових величин;
- основні закони розподілу випадкових величин;
- граничні теореми теорії ймовірностей.

А також **уміти**:

- знаходити ймовірності складних подій;
- аналізувати дискретні та неперервні випадкові величини.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни “ВСТУП ДО ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
	Змістовий модуль I. Випадкові події
1	Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події
2	Елементи комбінаторики та їх застосування
3	Основні формули додавання й множення ймовірностей
4	Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)
	Змістовий модуль II. Одновимірні випадкові величини

Підготовлено кандидатом фізико-математичних наук, доцентом кафедри прикладної математики та програмування *І. В. Степахно*

Затверджено на засіданні кафедри (протокол № 2 від 02.10.08)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Степахно І. В. Навчальна програма дисципліни “Вступ до теорії ймовірностей”(для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2010. — 15 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Вступ до теорії ймовірностей”, теми контрольних робіт, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2010
© ДП «Видавничий дім «Персонал», 2010

5	Одновимірні дискретні випадкові величини та їх числові характеристики
1	2
6	Одновимірні неперервні випадкові величини та їх числові характеристики
7	Функції випадкових величин
8	Основні закони розподілу одновимірних випадкових величин
Змістовий модуль III. Багатовимірні випадкові величини. Граничні теореми	
9	Багатовимірні випадкові величини. Системи двох випадкових величин
10	Граничні теореми теорії ймовірностей
Разом годин: 216	

ЗМІСТ
дисципліни
“ВСТУП ДО ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ”

Змістовий модуль I. Випадкові події

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події

1. Предмет курсу, його зміст.
2. Випадкові події та їх класифікація.
3. Операції над подіями.
4. Класичне та статистичне означення ймовірності події.
5. Геометрична ймовірність.

Література: основна [1 (с. 17–30); 2; 4–6; 9 (с. 3–12)];
додаткова [10; 12(с. 3–19)]

Тема 2. Елементи комбінаторики та їх застосування у теорії ймовірностей

1. Основні правила комбінаторики.
2. Різні види сполук: розміщення, перестановки та сполучення.
3. Застосування елементів комбінаторики до розв’язування ймовірносних задач.

Література: основна [1 (с. 30–35); 3; 4; 7; 9];
додаткова [10; 12 (с. 20–28)]

Тема 3. Основні формули множення й додавання ймовірностей

1. Формули (теореми) додавання ймовірностей випадкових подій.
2. Залежні та незалежні події. Умовна ймовірність події.
3. Формули (теореми) множення ймовірностей залежних та незалежних випадкових подій.
4. Формула повної ймовірності та формула Байеса.

Література: основна [1 (с. 43–59); 2, 3, 4 (с. 31–53);
7 (с. 16–22); 9];
додаткова [12 (с. 29–39)]

Тема 4. Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)

1. Повторні незалежні випробування.
2. Формула Бернуллі та її застосування.
3. Найімовірніше число появи події.
4. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Локальна та інтегральна функції Лапласа.
5. Формула Пуассона для малоїмовірних випадкових подій.

Література [1 (с. 69–78); 2, 3, 4 (с. 55–63);
7 (с. 26–35); 9];
додаткова [12 (с. 40–48)]

Змістовий модуль II. Одновимірні випадкові величини

Тема 5. Одновимірні дискретні випадкові величини та їх числові характеристики

1. Означення дискретної випадкової величини.
2. Закон (ряд) розподілу дискретної випадкової величини.
3. Функція розподілу дискретної випадкової величини.
4. Числові характеристики випадкових величин та їх властивості.
5. Формули для обчислення математичного сподівання, дисперсії та середнього квадратичного відхилення для дискретної випадкової величини.

Література: основна [1 (с. 94–95, 104–111); 3; 4; 7 (с. 46–51)];
додаткова [12 (с. 49–53; 83–85)]

Тема 6. Одновимірні неперервні випадкові величини та їх числові характеристики

1. Означення неперервної випадкової величини.
2. Інтегральна та диференціальна функції розподілу неперервної випадкової величини, їх властивості.
3. Числові характеристики неперервної випадкової величини.

Література: основна [1 (с. 94–100; 114–117); 4; 7 (с. 38–52)];
додаткова [12 (с. 62–71; 83–85)]

Тема 7. Функції випадкових величин

1. Означення функції випадкових величин.
2. Функція дискретної випадкової величини та її числові характеристики.
3. Функція неперервної випадкової величини та її числові характеристики.
4. Функція двох дискретних випадкових величин.
5. Функція двох неперервних випадкових величин, її функція та щільність розподілу ймовірностей.

Література: основна [1 (с. 141–146); 3; 4 (с. 111–116);
7 (с. 72–79)];
додаткова [2 (с. 135–142)]

Тема 8. Основні закони розподілу випадкових величин

1. Основні закони розподілу дискретної випадкової величини: біноміальний, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний та розподіл Пуассона.
2. Числові характеристики для основних законів розподілу дискретної випадкової величини.
3. Рівномірний та показниковий закони розподілу неперервної випадкової величини.
4. Нормальний закон розподілу та його застосування. Правило трьох сигм.

Література: основна [1 (с. 100–104; 117–122); 2–4;
7 (с. 83–86; 91–95); 8; 9];
додаткова [10; 12 (с. 54–56; 63–71)]

Змістовий модуль III. Багатовимірні випадкові величини. Граничні теореми

Тема 9. Багатовимірні випадкові величини

1. Означення багатовимірної випадкової величини. Двовимірна випадкова величина.
2. Система двох дискретних випадкових величин, її закон розподілу.
3. Числові характеристики системи, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції та їх властивості.
4. Система двох неперервних випадкових величин, функція та щільність розподілу ймовірностей системи, їх властивості.
5. Числові характеристики складових системи. Умовні закони розподілу та їх числові характеристики. Кореляційна залежність.

Література: основна [1(с. 132–141); 3; 4(с. 155–179);
7 (с. 57–70)];
додаткова [12 (с. 95–133)]

Тема 10. Граничні теореми теорії ймовірностей

1. Нерівність Чебишева та її значення.

2. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.
3. Центральна гранична теорема теорії ймовірностей (теорема Ляпунова) та її використання у математичній статистиці.

Література: основна [1 (с. 126–131); 3–5; 7 (с. 106–112); 8; 9];
додаткова [12 (с. 147–152)]

ТЕМИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

№ 1

1. Види випадкових подій. Поняття елементарної та складної випадкової події, простір елементарних подій. Операції над подіями.
2. Кидають 4 гральні кості. Знайти ймовірність того, що на них випаде однакове число очок.
3. Класичне визначення ймовірності випадкової події та її властивостей.

№ 2

1. Елементи комбінаторики у теорії ймовірностей.
2. Способи відбору.
3. Підручник надруковано тиражем 100000 екземплярів. Ймовірність неправильного брошурування підручника дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що тираж має 5 бракованих підручників.

№ 3

1. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки
2. У кошику 4 яблука першого сорту та 5 яблук другого сорту. Навмання беруть 2 яблука. Знайдіть ймовірність того, що будуть взяті яблука різних сортів.
3. Геометрична ймовірність, статистична ймовірність.

№ 4

1. Гральний кубик кидають 800 разів. Яка ймовірність того, що кількість очок, кратна трьом, з'явиться 267 разів?
2. Поняття залежності і незалежності випадкових подій. Умовна ймовірність та її властивості.

3. Формули для знаходження ймовірностей суми несумісних подій; суми сумісних подій та формули ймовірності добутку залежних подій.

№ 5

1. Гральний кубик кидають 800 разів. Яка ймовірність того, що кількість очок, кратна трьом, з'явиться не менше 260 та не більше 274 разів?
2. Формули для знаходження ймовірностей суми несумісних подій; суми сумісних подій та формули ймовірності добутку залежних подій.
3. Формула повної ймовірності та формули Байєса.

№ 6

1. Визначення повторних незалежних спроб. Формула Бернуллі для обчислення ймовірності. Теорема Бернуллі.
2. На п'яти картках написані числа 1,2,3,4,5 по одному числу на картці. Одна за другою відбираються дві картки. Знайти ймовірність того, що число на другій картці буде більше від числа на першій.
3. Прилад складено з двох блоків, з'єднаних послідовно і незалежно працюючих. Ймовірність відмови блоків дорівнює 0,05 та 0,08. Знайти ймовірність відмови приладу.

№ 7

1. Формула Пуассона для малої ймовірності випадкових подій.
2. Деталі виготовлені у цеху заводу, попадають для перевірки їх стандартності до одного з двох контролерів. Ймовірність того, що деталь попаде до першого контролера дорівнює 0,6, а до другого – 0,4. Ймовірність того, що придатна деталь буде признана стандартною першим контролером, дорівнює 0,94, а другим – 0,98. Придатна деталь при перевірці признана стандартною. Знайти ймовірність того, що деталь перевіряв перший контролер.
3. Найімовірніше число появи події при повторних спробах. Многокутник розподілу ймовірностей.

№ 8

1. У першому ящику 20 деталей, з яких 15 стандартних. У другому 10, з яких 9 стандартних. З другого ящика беруть навмання одну деталь і перекладають її до першого ящика. Знайти ймовір-

ність того, що взята після цього навання деталь з першого ящика стандартна.

2. Визначення випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини, їх закони розподілу. Функція розподілу.
3. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія та їх властивості.

№ 9

1. Середнє квадратичне відхилення, мода та медіана, початкові та центральні моменти.
2. Знайти математичне сподівання суми числа очок, які можуть з'явитися при киданні двох гральних кубиків.
3. Нерівність Чебишева та її значення.

№ 10

1. Центральна гранична теорема теорії ймовірності.
2. Визначення багатомірної випадкової величини. Система двох дискретних випадкових величин (закон розподілу та функція розподілу).
3. Визначення функції випадкових величин.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що вивчає теорія ймовірностей?
2. Що таке випадкова подія?
3. Які ви знаєте операції над подіями?
4. Дайте різні означення ймовірності.
5. Що називають геометричною ймовірністю?
6. Наведіть основні правила комбінаторики.
7. Що таке розміщення, перестановки, сполучення?
8. Як використовуються ці сполуки при розв'язуванні задач у теорії ймовірностей?
9. Які події називаються сумісними, несумісними?
10. Які події називаються залежними, незалежними?
11. Сформулюйте теорему (формулу) додавання ймовірностей для довільних подій.
12. Запишіть формулу додавання ймовірностей для несумісних подій.

13. Що таке умовна ймовірність?
14. Сформулюйте теорему (формулу) множення ймовірностей для довільних подій.
15. Запишіть формулу множення ймовірностей для незалежних подій.
16. Що таке повна група подій?
17. Запишіть формулу повної ймовірності. В яких випадках її використовують?
18. Запишіть формулу Байеса. Коли її застосовують?
19. опишіть схему Бернуллі.
20. Запишіть формулу Бернуллі.
21. У яких випадках використовують формулу Бернуллі?
22. Як визначити ймовірність того, що подія відбудеться хоча б один раз?
23. Як обчислити ймовірність того, що подія відбудеться не менше і не більше одного разу?
24. Як знайти найімовірніше число появ події в схемі Бернуллі?
25. У яких випадках доцільно використовувати локальну теорему Муавра-Лапласа, інтегральну теорему Муавра-Лапласа, формулу Пуассона?
26. Як визначаються і які властивості мають локальна та інтегральна функції Лапласа?
27. Що таке випадкова величина?
28. Що називається дискретною випадковою величиною і як вона задається?
29. Як визначається функція розподілу дискретної випадкової величини?
30. Що характеризує математичне сподівання випадкової величини? Як воно обчислюється для дискретної випадкової величини?
31. Як визначається дисперсія дискретної випадкової величини?
32. Що характеризує середнє квадратичне відхилення випадкової величини?
33. Що називається неперервною випадковою величиною і як вона задається?
34. Як визначається функція (інтегральна функція) розподілу неперервної випадкової величини? Які її властивості?
35. Як визначається щільність (диференціальна функція) розподілу неперервної випадкової величини? Наведіть її властивості.

36. Як обчислюється ймовірність попадання випадкової величини в інтервал a, b ?
37. Як визначаються числові характеристики неперервної випадкової величини?
38. Сформулюйте основні закони розподілу дискретної випадкової величини: рівномірний, біноміальний, геометричний та закон розподілу Пуассона.
39. Як визначаються числові характеристики для кожного з основних законів розподілу дискретної випадкової величини?
40. Як задається рівномірний закон розподілу неперервної випадкової величини? Як визначаються числові характеристики для рівномірно розподіленої величини?
41. Як визначається показниковий розподіл неперервної випадкової величини? Як обчислюють в цьому випадку числові характеристики та ймовірність попадання в інтервал a, b ?
42. Як задається нормальний закон розподілу неперервної випадкової величини? Що означають параметри a і σ цього закону?
43. Як обчислюють ймовірність попадання в інтервал (a, b) для нормально розподіленої випадкової величини?
44. Сформулюйте "правило трьох сигм" для нормального розподілу випадкової величини.
45. Що таке багатовимірна випадкова величина?
46. Що таке система двох випадкових величин?
47. Як задається закон розподілу двовимірної дискретної випадкової величини?
48. Як записати закони розподілу величин X і Y , знаючи закон, розподілу двовимірної випадкової величини (X, Y) ?
49. Як визначають числові характеристики двовимірної дискретної випадкової величини?
50. Що таке умовний закон розподілу?
51. Як задається двовимірною неперервною випадковою величиною?
52. Як визначають числові характеристики двовимірної неперервної випадкової величини?
53. Як обчислюють коефіцієнт кореляції випадкових величин? Що він характеризує?
54. Що таке функція випадкових величин?
55. Як записати закон розподілу функції дискретної випадкової величини?

56. Як знайти щільність розподілу функції неперервної випадкової величини?
57. Запишіть формули обчислення числових характеристик функції дискретної та неперервної випадкових величин.
58. Запишіть нерівності Чебишева.
59. Сформулюйте теорему Чебишева та теорему Бернуллі.
60. Сформулюйте граничну теорему.
61. Історія виникнення теорії ймовірностей.
62. Предмет теорії ймовірностей.
63. Види випадкових подій.
64. Класичне визначення ймовірностей.
65. Геометрична і статична. В чому полягає важливість центральної ймовірностей?
66. Елементи комбінаторики.
67. Суми подій та їх імовірностей.
68. Визначення повторних незалежних спроб.
69. Формула Бернуллі для обчислення ймовірності.
70. Відносна частота появи подій. Теорема Бернуллі.
71. Асимптотичні формули для формули Бернуллі (локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа).
72. Теорема Пуассона.
73. Найімовірніше число появи події при повторних спробах.
74. Многокутник розподілу ймовірностей.
75. Визначення випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини.
76. Закон розподілу дискретної випадкової величини (ДВВ).
77. Математичне сподівання ДВВ.
78. Дисперсія та середнє квадратичне відхилення ДВВ.
79. Початковий та центральні моменти.
80. Функція розподілу.
81. Щільність імовірності.
82. Математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення.
83. Моменти.
84. Основні розподіли неперервних величин.
85. Закон розподілу ймовірностей дискретної двохвимірної випадкової величини.
86. Неперервна двохвимірною випадковою величиною.
87. Залежні та незалежні випадкові величини.

88. Числові характеристики двохвимірної випадкової величини.
 89. Закон розподілу та числові характеристики функції дискретно — випадкового аргументу.
 90. Закон розподілу та числові характеристики функції неперервного випадкового аргументу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К. Математика для економістів. Теорія ймовірностей та математична статистика. — К.: НАУ, 1999.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1962.
3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высшая шк., 1999.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высшая шк., 1999.
5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1969.
6. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1976.
7. Горбань С. Ф., Снижко Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: МАУП, 1999.
8. Гурский Е. М. Теория вероятностей с элементами математической статистики. — М.: Высшая шк., 1971.
9. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. — К.: УМК ВО, 1991.

Додаткова

10. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Практикум з курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”. — К.: КІНГ, 1991.
11. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. — М., 1982.
12. Чорней Р. К., Дрожженкова О. Ю., Жильцов О. Б. та ін. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики / За ред. Р. К. Чорнея — К.: МАУП, 2003.

ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Вступ до теорії ймовірностей”.....	3
Зміст дисципліни “Вступ до теорії ймовірностей”.....	4
Теми контрольних робіт.....	8
Питання для самоконтролю.....	10
Список літератури.....	14

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*
 Редактор *С. М. Толкачова*
 Комп’ютерне верстання *А. М. Голянда*

Зам. № ВКЦ-4416

Формат 60 84/16. Папір офсетний.
 Друк ротативний трафаретний. Наклад 50 пр.
 Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
 03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП
 ДП «Видавничий дім «Персонал»
 03039 Київ-39, пр. Червонозоряний, 119, літ. XX
 Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
 суб’єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008