МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ

МАУП

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

з дисципліни

"МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА"

(для бакалаврів)

Київ
ДП «Видавничий дім «Персонал»
2009

Підготовлено професорами кафедри математики *О. Ю. Дюженковою* та *Р. К. Чорнеєм*

Затверджено на засіданні кафедри математики (протокол № 6 від 13.02.08)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Дюженкова О. Ю., Чорней Р. К. Методичні рекомендації щодо виконання контрольної роботи з дисципліни “Математична статистика” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2009. — 18 с.

У методичній розробці містяться варіанти завдань контрольної роботи з дисципліни “Математична статистика”, вказівки до її виконання, основні теоретичні відомості з дисципліни, зразки розв’язування завдань та список літератури.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Завдання контрольної роботи розраховано на студентів усіх форм навчання. Студенти-заочники виконують завдання згідно з навчальним планом.

Робота складається з 3 завдань, зміст яких охоплює такі теми з дисципліни “Математична статистика”: “Вибірковий метод”, “Статистичні оцінки параметрів розподілу”, “Перевірка статистичних гіпотез”.

Кожне завдання містить 10 варіантів. Студент виконує той варіант, номер якого збігається з останньою цифрою номера його залікової книжки (цифра “0” відповідає варіанту 10).

Робота виконується в зошиті або на аркушах паперу формату А4 з полями для позначок викладача, при цьому обов’язково вказується номер варіанта. При виконанні кожного завдання потрібно вказати його номер та переписати умову. Розв’язання завдань повинні містити необхідні пояснення та обґрунтування, а також малюнки. У розрахунках слід дотримуватися правил наближених обчислень.

При недотриманні студентом зазначених вимог його контрольна робота не перевіряється і не зараховується.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Завдання 1

Задано вибірку, що характеризує місячний прибуток підприємців (в тис. грн.).

- Скласти варіаційний ряд та статистичний розподіл вибірки, побудувати полігон частот.
- Скласти інтервальний статистичний розподіл вибірки, розбивши проміжок $[x_{\min}, x_{\max}]$ на 5 рівних проміжків, та побудувати гістограму частот.
- Обчислити вибіркові характеристики: вибіркове середнє, вибіркову дисперсію, вибіркове середнє квадратичне відхилення, моду та медіану, якщо вибірка має такий вигляд:

1) 16, 20, 22, 21, 21, 24, 16, 18, 22, 20, 24, 18, 19, 21, 17, 17, 22, 20, 23, 14.
2) 44, 52, 47, 48, 46, 53, 48, 50, 47, 49, 51, 45, 46, 50, 51, 45, 52, 47, 42, 54.
3) 21, 19, 17, 23, 18, 22, 25, 20, 19, 18, 24, 21, 23, 17, 24, 25, 27, 20, 18, 22.
4) 25, 34, 33, 28, 27, 26, 30, 25, 33, 34, 35, 27, 29, 30, 35, 31, 35, 29, 30, 31.
5) 73, 68, 70, 65, 73, 71, 66, 69, 75, 70, 67, 67, 71, 76, 71, 72, 68, 74, 73, 70.

6) 51, 55, 53, 54, 52, 60, 55, 50, 57, 54, 52, 57, 58, 53, 55, 56, 58, 52, 51, 56.
7) 46, 43, 50, 48, 53, 44, 47, 48, 49, 52, 50, 49, 43, 46, 47, 47, 45, 48, 49, 45.
8) 37, 33, 33, 32, 37, 30, 40, 34, 35, 34, 36, 35, 41, 32, 40, 34, 31, 39, 38, 35.
9) 55, 50, 56, 50, 51, 53, 50, 50, 48, 46, 51, 55, 53, 49, 52, 52, 50, 51, 48, 49.
10) 26, 22, 25, 29, 32, 24, 30, 26, 25, 28, 25, 22, 27, 29, 25, 30, 23, 22, 25, 28.

Завдання 2

Нехай генеральна сукупність має нормальний розподіл. Знайти довірчі інтервали, які покривають з надійністю $\gamma = 0{,}95$ математичне сподівання a та середнє квадратичне відхилення σ генеральної сукупності, якщо з неї одержано вибірку:

1.

x_i	1	4	7	10	13	16	19	22	25
m_i	6	14	37	68	90	69	36	13	5

2.

x_i	1	5	9	13	17	21	25	29	33
m_i	5	9	14	21	24	22	19	11	5

3.

x_i	9	11	13	15	17	19	21	23	25
m_i	5	9	11	14	18	15	12	10	6

4.

x_i	2	4	6	8	10	12	14	16	18
m_i	6	17	38	62	95	60	36	15	5

5.

x_i	8	13	18	23	28	33	38	43	48
m_i	5	9	18	38	60	36	16	8	5

6.

x_i	10	12	14	16	18	20	22	24	26
m_i	6	10	19	28	49	27	17	9	5

7.

x_i	1	4	7	10	13	16	19	22	25
m_i	5	7	10	17	22	19	10	8	5

8.

x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19
m_i	7	15	28	45	78	50	30	17	8

9.

x_i	2	5	8	11	14	17	20	23	26
m_i	6	13	23	50	89	48	21	11	5

10.

x_i	1	3	5	7	9	11	13	15	17
m_i	5	8	15	23	38	22	16	9	6

Завдання 3

За даними вибірки, використовуючи критерій Пірсона при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$, перевірити, чи справджується статистична гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності X:

1.

x_i	1	3	5	7	9	11	13	15	17
m_i	5	8	15	23	38	22	16	9	6

2.

x_i	10	12	14	16	18	20	22	24	26
m_i	6	10	19	28	49	27	17	9	5

3.

x_i	1	4	7	10	13	16	19	22	25
m_i	5	7	10	17	22	19	10	8	5

4.

x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19
m_i	7	15	28	45	78	50	30	17	8

5.

x_i	2	5	8	11	14	17	20	23	26
m_i	6	13	23	50	89	48	21	11	5

6.

x_i	8	13	18	23	28	33	38	43	48
m_i	5	9	18	38	60	36	16	8	5

7.

x_i	2	4	6	8	10	12	14	16	18
m_i	6	17	38	62	95	60	36	15	5

8.

x_i	9	11	13	15	17	19	21	23	25
m_i	5	9	11	14	18	15	12	10	6

9.

x_i	1	5	9	13	17	21	25	29	33
m_i	5	9	14	21	24	22	19	11	5

10.

x_i	1	4	7	10	13	16	19	22	25
m_i	6	14	37	68	90	69	36	13	5

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ЗРАЗКИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ

1. Вибірковий метод

Література [1, Розділ 12]; [2, Розділ 5].

Нехай для вивчення кількісної (дискретної чи неперервної) ознаки X із генеральної сукупності отримано вибірку $x_1, x_2, ..., x_n$ обсягом n.

Якщо записати елементи вибірки в порядку зростання, отримаємо *варіаційний ряд*.

Спостережувані різні значення x_i ознаки X називають *варіантами*, кількість значень однієї варіанти у вибірці — її *частотою* n_i (сума частот усіх варіант дорівнює обсягу вибірки), відношення частоти до обсягу вибірки — *відносною частотою*, *або емпіричною ймовірністю* $w_i = n_i n$ (сума відносних частот усіх варіант дорівнює одиниці).

Статистичним розподілом вибірки називають перелік варіант варіаційного ряду з відповідними їм частотами і/або відносними частотами. Статистичний розподіл також задають у вигляді послідовності замкнених справа напівінтервалів і відповідних їм частот і/або відносних частот (частотою інтервалу вважають суму частот усіх варіант з даного інтервалу).

Щоб підкреслити зазначені відмінності, в першому випадку говорять про *точковий*, а в другому — про *інтервальний* статистичний розподіл вибірки.

Полігоном частот називають ламану, відрізки якої з'єднують точки $(x_1,n_1),(x_2,n_2),\ldots,(x_k,n_k)$, де x_i — варіанти вибірки; n_i — відповідні частоти, $i=1,2,\ldots,k$.

Гістограмою частот називають ступінчасту фігуру, що складається з прямокутників, основами яких є частинні інтервали довжиною h, а висоти дорівнюють відношенню $\frac{n_i}{h}$ *(щільність частоти)*.

Середнє арифметичне значення вибірки називається *вибірковим середнім* $\overline{x}_в$ і обчислюється за формулами:

$$\overline{x}_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n} \text{ або } \overline{x}_в = \sum_{i=1}^{k} x_i w_i \,, \qquad (1)$$

де x_i — значення i-ї варіанти; n_i — частота i-ї варіанти, n — обсяг вибірки; k — кількість варіант у вибірці; w_i — відносна частота i-ї варіанти.

Середній квадрат відхилення значень елементів вибірки від вибіркового середнього називається *вибірковою дисперсією* $D_в$ і обчислюється за формулами:

$$D_в = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - x_2)^2 n_i}{n} \text{ або } D_в = \sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x}_в)^2 w_i .$$

Після перетворень формули для знаходження вибіркової дисперсії дещо спрощуються:

$$D_в = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i}{n} - \bar{x}_в^2 \text{ або } D_в = \sum_{i=1}^{k} x_i^2 w_i - \bar{x}_в^2 , \qquad (2)$$

тобто вибіркова дисперсія дорівнює різниці середнього квадрата елементів вибірки і квадрата вибіркового середнього.

Квадратний корінь з вибіркової дисперсії

$$\sigma_В = \sqrt{D_В} \qquad (3)$$

називається *середнім квадратичним відхиленням вибірки*.

Медіаною Me називається значення середнього елемента варіаційного ряду. Якщо обсяг вибірки $n = 2m + 1$ непарний, то медіаною буде значення елемента варіаційного ряду з номером $m + 1$:

$$\mathrm{Me} = x_{m+1} .$$

Якщо обсяг вибірки $n = 2m$ парний, то медіаною буде середнє значення елементів варіаційного ряду з номерами m і $m + 1$:

$$\mathrm{Me} = \frac{x_m + x_{m+1}}{2} . \qquad (4)$$

Модою (Mo) називається варіанта з найбільшою частотою.

Приклад 1. Задано вибірку, яка характеризує місячний прибуток підприємців (в тис. грн.).

- Скласти варіаційний ряд та статистичний розподіл вибірки, побудувати полігон частот.
- Скласти інтервальний статистичний розподіл вибірки, розбивши проміжок $[x_{\min}, x_{\max}]$ на 5 рівних проміжків, та побудувати гістограму частот.
- Обчислити вибіркові характеристики: вибіркове середнє, вибіркову дисперсію, вибіркове середнє квадратичне відхилення, моду та медіану, якщо вибірка має такий вигляд:

18, 24, 21, 20, 23, 24, 17, 19, 22, 20, 24, 18, 19, 21, 18, 19, 22, 20, 23, 18.

Розв'язання. Побудуємо варіаційний ряд вибірки:

17, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20, 20, 20, 21, 21, 22, 22, 23, 23, 24, 24, 24.

У вибірці маємо 8 різних значень, тобто варіант:

17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24.

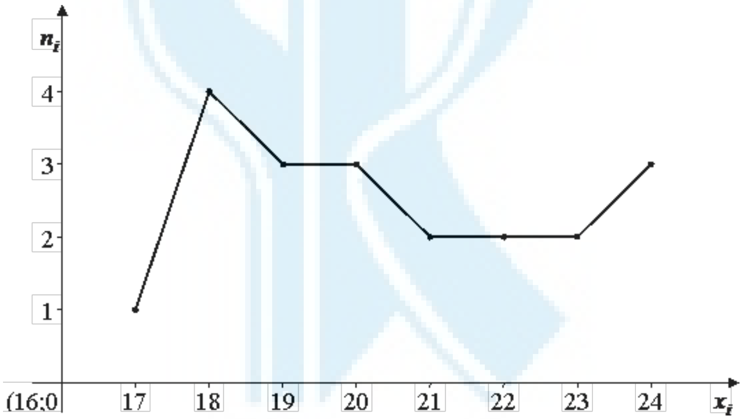
Знайдемо їх частоти:

$n_1 = 1$; $n_2 = 4$; $n_3 = 3$; $n_4 = 3$; $n_5 = 2$; $n_6 = 2$; $n_7 = 2$; $n_8 = 3$.

Запишемо шуканий статистичний розподіл вибірки:

x_i	17	18	19	20	21	22	23	24
n_i	1	4	3	3	2	2	2	3

Для того щоб побудувати полігон частот, відкладемо на осі абсцис значення варіант x_i, а на осі ординат — значення відповідних їм частот n_i і послідовно з'єднаємо між собою точки (x_i, n_i) відрізками.



Складемо інтервальний статистичний розподіл вибірки. Для цього розіб'ємо інтервал $[17;24]$ на 5 рівних проміжків довжиною $\frac{24-17}{5} = 1{,}4$.

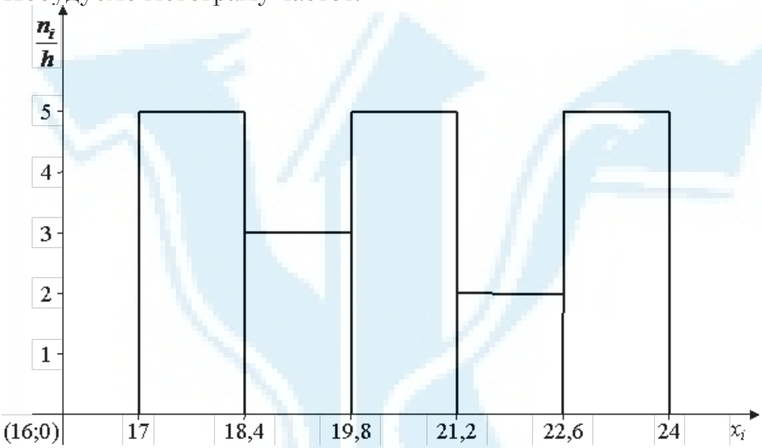
Інтервал	$[17;18{,}4]$	$(18{,}4;19{,}8]$	$(19{,}8;21{,}2]$	$(21{,}2;22{,}6]$	$(22{,}6;24]$
Частота	5	3	5	2	5

Для побудови гістограми обчислимо щільності частоти:

$$\frac{n_1}{h}=\frac{5}{1,4}=\frac{25}{7}\,;\quad \frac{n_2}{h}=\frac{3}{1,4}=\frac{15}{7}\,;\quad \frac{n_3}{h}=\frac{5}{1,4}=\frac{25}{7}\,;\quad \frac{n_4}{h}=\frac{2}{1,4}=\frac{10}{7}\,;$$

$$\frac{n_5}{h}=\frac{5}{1,4}=\frac{25}{7}.$$

Побудуємо гістограму частот.



За формулами (1)–(4) обчислимо вибіркові середнє, дисперсію, середнє квадратичне відхилення та медіану:

$$\overline{x}_в=\frac{\sum_{i=1}^{k}x_in_i}{n}=\frac{17\cdot 1+18\cdot 4+19\cdot 3+20\cdot 3+21\cdot 2+22\cdot 2+23\cdot 2+24\cdot 3}{20}=$$

$$=20,5;$$

$$D_в=\frac{\sum_{i=1}^{k}x_i^2n_i}{n}-\overline{x}_в^2=$$

$$=\frac{17^2\cdot 1+18^2\cdot 4+19^2\cdot 3+20^2\cdot 3+21^2\cdot 2+22^2\cdot 2+23^2\cdot 2+24^2\cdot 3}{20}-$$

$$-20,5^2=4,95;$$

$$\sigma_в=\sqrt{D_в}\approx 2,225\,;$$

$$\text{Me} = \frac{x_m + x_{m+1}}{2} = \frac{20+20}{2} = 20 .$$

Модою буде варіанта з найбільшою частотою:

$\text{Mo} = 18$.

2. Статистичні оцінки параметрів розподілу

Література [1, Розділ 13]; [2, Розділ 6].

Нехай досліджується кількісна ознака певної генеральної сукупності. Якщо встановлено, який саме розподіл має ця ознака, то виникає потреба оцінити параметри, що визначають цей розподіл.

Статистичною оцінкою θ^* невідомого параметра θ теоретичного розподілу називають функцію $f(X_1, X_2, ..., X_n)$ від спостережуваних величин $X_1, X_2, ..., X_n$. Якщо оцінка визначається одним числом, то вона називається *точковою*. Статистична оцінка називається *інтервальною*, якщо вона визначається числовим інтервалом.

Довірчим інтервалом для параметра θ називають інтервал $\left(\theta^* - \delta; \theta^* + \delta\right)$, до якого попадає невідомий параметр θ із заданою ймовірністю γ (близькою до одиниці), тобто: $P\left(\theta^* - \delta < \theta < \theta^* + \delta\right) = \gamma$. Ймовірність γ називають *надійністю*, а величину δ — *точністю* оцінки.

Якщо маємо нормально розподілену генеральну сукупність, то необхідно оцінити її математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення, оскільки ці параметри повністю визначають нормальний розподіл.

Довірчий інтервал з надійністю γ *для математичного сподівання* a нормально розподіленої генеральної сукупності (при відомому середньому квадратичному відхиленні σ) має вигляд:

$$\bar{x}_в - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_в + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \tag{5}$$

де n — обсяг вибірки, $t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \delta$ — точність оцінки.

Величину t знаходять за таблицею значень функції Лапласа (додаток 1, [1]) з умови $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$, де γ — наперед задана ймовірність, близька до одиниці.

Довірчий інтервал з надійністю γ *для математичного сподівання* a нормально розподіленої генеральної сукупності (при невідомому середньому квадратичному відхиленні σ) такий:

$$\overline{x}_B - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_B + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \qquad (6)$$

де $s = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \sigma_B$ — *виправлене* вибіркове середнє квадратичне відхилення, а величину t_γ знаходять за таблицею значень $t_\gamma = t(\gamma, n)$ (додаток 4, [1]).

Зауважимо, що формулу (6) доцільно використовувати при невеликих обсягах вибірки ($n < 30$). Якщо ж $n \geq 30$, то можна застосовувати як формулу (5), так і формулу (6).

Довірчий інтервал з надійністю γ *для середнього квадратичного відхилення* σ нормально розподіленої генеральної сукупності має вигляд:

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q), \text{ якщо } q < 1, \qquad (7)$$

$$0 < \sigma < s(1+q), \text{ якщо } q > 1,$$

де величину q знаходять за таблицею значень $q = q(\gamma, n)$ (додаток 5, [1]).

Приклад 2. Нехай генеральна сукупність має нормальний розподіл. Знайти довірчі інтервали, які покривають з надійністю $\gamma = 0{,}95$ математичне сподівання a та середнє квадратичне відхилення σ генеральної сукупності, якщо з неї одержано вибірку:

x_i	5	9	13	17	21	25	29
n_i	6	16	19	17	15	14	13

Розв'язання. Обсяг вибірки: $n = 6+16+19+17+15+14+13 = 100$. Для побудови довірчих інтервалів обчислимо вибіркове середнє $\overline{x}_B$ і вибіркове середнє квадратичне відхилення σ_B за формулами (1)-(3):

$$\overline{x}_в = \frac{5 \cdot 6 + 9 \cdot 16 + 13 \cdot 19 + 17 \cdot 17 + 21 \cdot 15 + 25 \cdot 14 + 14 \cdot 30 + 16 \cdot 15 + 29 \cdot 13}{100} =$$

$$= 17{,}52;$$

$$D_в = \frac{1}{100}\left(5^2 \cdot 6 + 9^2 \cdot 16 + 13^2 \cdot 19 + 17^2 \cdot 17 + 21^2 \cdot 15 + 25^2 \cdot 14 + 29^2 \cdot 13\right) -$$

$$-17{,}52^2 \approx 51{,}7; \qquad \sigma_в = \sqrt{51{,}7} \approx 7{,}19.$$

Оскільки середнє квадратичне σ генеральної сукупності невідоме, то визначаємо довірчий інтервал для математичного сподівання a за формулою (6). Знайдемо виправлене вибіркове середнє квадратичне відхилення:

$$s = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \sigma_в = \sqrt{\frac{100}{99}} \cdot 7{,}19 \approx 7{,}23$$

Величину $t_\gamma = t(\gamma, n)$ знайдемо за додатком 4, [1] при $\gamma = 0{,}95$, $n = 100$. Дістаємо $t_\gamma \approx 1{,}98$, тоді за формулою (5):

$$17{,}52 - 1{,}98\frac{7{,}23}{\sqrt{100}} < a < 17{,}52 + 1{,}98\frac{7{,}23}{\sqrt{100}},$$

$$17{,}52 - 1{,}43 < a < 17{,}52 + 1{,}43,$$

$$16{,}09 < a < 18{,}95.$$

Отже, інтервал $(16{,}09; 18{,}95)$ покриває параметр a з надійністю $\gamma = 0{,}95$.

Визначимо тепер довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилення σ генеральної сукупності. Величину $q = q(\gamma, n)$ знайдемо за додатком 5, [1] при $\gamma = 0{,}95$, $n = 100$. Оскільки $t_\gamma \approx 0{,}14$, а виправлене вибіркове середнє квадратичне відхилення: $s \approx 7{,}23$, то за формулою (7) маємо

$$7{,}23(1 - 0{,}14) < \sigma < 7{,}23(1 + 0{,}14) \text{, звідки } 6{,}22 < \sigma < 8{,}24 .$$

Отже, інтервал $(6{,}22; 8{,}24)$ покриває параметр σ з надійністю $\gamma = 0{,}95$.

3. Перевірка статистичних гіпотез

Література [1, Розділ 15]; [2, Розділ 7].

Нехай статистичний розподіл вибірки задано у вигляді послідовності рівновіддалених варіант і відповідних їм частот:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
n_i	n_1	n_2	...	n_k

Для того щоб при заданому рівні значущості α перевірити гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності, необхідно:

1) обчислити вибіркове середнє $\bar{x}_в$ і вибіркове середнє квадратичне відхилення σ;
2) визначити теоретичні частоти

$$n_i' = \frac{nh}{\sigma}\varphi(u_i), \qquad (8)$$

де n — обсяг вибірки; h — крок (різниця між двома сусідніми варіантами); $\varphi(u)$ — диференціальна функція Лапласа;

$$u_i = \frac{x_i - \bar{x}_в}{\sigma}; \qquad (9)$$

3) порівняти емпіричні та теоретичні частоти за допомогою критерію Пірсона. Для цього:

- знаходять спостережуване значення критерію Пірсона

$$\chi^2_{\text{спост}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}; \qquad (10)$$

- за таблицею критичних точок розподілу χ^2 при заданому рівні значущості α і кількості ступенів вільності $k = s - 3$ (s — кількість варіант вибірки) знаходять критичну точку $\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k)$ правосторонньої критичної області. Якщо $\chi^2_{\text{спост}} < \chi^2_{\text{кр}}$ — немає підстав відхиляти гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності. Іншими словами, емпіричні та теоретичні частоти різняться несуттєво (випадково). Якщо $\chi^2_{\text{спост}} \geq \chi^2_{\text{кр}}$ — гіпотезу відхиляють. Іншими словами, емпіричні та теоретичні частоти різняться суттєво.

Приклад 3. За даними вибірки, використовуючи критерій Пірсона при рівні *значущості* $\alpha = 0,05$, перевірити, чи справджується статистична гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності X:

x_i	2	4	6	8	10	12	14	16	18
n_i	7	16	32	58	91	55	30	15	6

Розв'язання. Визначимо обсяг вибірки:

$n = 7 + 16 + 32 + 58 + 91 + 55 + 30 + 15 + 6 = 310$.

Обчислимо вибіркове середнє і вибіркове середнє квадратичне відхилення:

$$\overline{x}_в = \frac{2\cdot 7 + 4\cdot 16 + 6\cdot 32 + 8\cdot 58 + 10\cdot 91 + 12\cdot 55 + 14\cdot 30 + 16\cdot 15 + 18\cdot 6}{310} \approx 9,91;$$

$$D_в = \frac{1}{310}\left(2^2\cdot 7 + 4^2\cdot 16 + 6^2\cdot 32 + 8^2\cdot 58 + 10^2\cdot 91 + 12^2\cdot 55 + 14^2\cdot 30 + \right.$$
$$\left. + 16^2\cdot 15 + 18^2\cdot 6\right) - 9,91^2 \approx 10,93;$$

$$\sigma = \sqrt{10,93} \approx 3,31.$$

За формулою (9) знайдемо u_i, $i = 1,2,\ldots,9$:

$$u_1 = \frac{2 - 9,91}{3,31} \approx -2,39; \quad u_2 = \frac{4 - 9,91}{3,31} \approx -1,79; \quad u_3 = \frac{6 - 9,91}{3,31} \approx -1,18;$$

$$u_4 = \frac{8 - 9,91}{3,31} \approx -0,58; \quad u_5 = \frac{10 - 9,91}{3,31} \approx -0,03; \quad u_6 = \frac{12 - 9,91}{3,31} \approx 0,63;$$

$$u_7 = \frac{14 - 9,91}{3,31} \approx 1,24; \quad u_8 = \frac{16 - 9,91}{3,31} \approx 1,84; \quad u_9 = \frac{18 - 9,91}{3,31} \approx 2,45.$$

Враховуючи, що різниця між двома сусідніми варіантами $h = 2$, а обсяг вибірки $n = 310$, за формулою (8) визначимо теоретичні частоти:

$$n'_1 = \frac{310\cdot 2}{3,31}\varphi(-2,39) \approx 4,28; \quad n'_2 = \frac{310\cdot 2}{3,31}\varphi(-1,79) \approx 15,15;$$

$$n'_3 = \frac{310\cdot 2}{3,31}\varphi(-1,18) \approx 37,18; \quad n'_4 = \frac{310\cdot 2}{3,31}\varphi(-0,58) \approx 63,31;$$

$$n'_5 = \frac{310 \cdot 2}{3,31}\varphi(-0,03) \approx 74,77\,; \quad n'_6 = \frac{310 \cdot 2}{3,31}\varphi(0,63) \approx 61,25\,;$$

$$n'_7 = \frac{310 \cdot 2}{3,31}\varphi(1,24) \approx 34,80\,; \quad n'_8 = \frac{310 \cdot 2}{3,31}\varphi(1,84) \approx 13,72\,;$$

$$\mathrm{n}'_9 = \frac{310 \cdot 2}{3,31}\varphi(2,45) \approx 3,75\,.$$

За формулою (10) знайдемо спостережуване значення критерію Пірсона:

$$\chi^2_{\text{спост}} = \frac{(7-4,28)^2}{4,28} + \frac{(16-15,15)^2}{15,15} + \frac{(32-37,18)^2}{37,18} + \frac{(58-63,31)^2}{63,31} +$$

$$+ \frac{(91-74,77)^2}{74,77} + \frac{(55-61,25)^2}{61,25} + \frac{(30-34,80)^2}{34,80} + \frac{(15-13,72)^2}{13,72} + \frac{(6-3,75)^2}{3,75} \approx$$

$$\approx 9,24.$$

За таблицею критичних точок розподілу χ^2 (додаток 7, [1]) при заданому рівні значущості $\alpha = 0,05$ і кількості ступенів вільності $k = 9 - 3 = 6$ знайдемо критичну точку $\chi^2_{\text{кр}}(0,05;6)$ правосторонньої критичної області:

$$\chi^2_{\text{кр}}(0,05;6) \approx 12,59\,.$$

Оскільки $\chi^2_{\text{спост}} < \chi^2_{\text{кр}}$, немає підстав відхиляти гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності. Тобто емпіричні і теоретичні частоти різняться несуттєво (випадково).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Практикум* з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Р. К. Чорней, О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов та ін.; За ред. Р. К. Чорнея. — К.: МАУП, 2003. — 328 с.
2. *Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О.* К. Математика для економістів: Теорія ймовірностей та математична статистика. — К.: НАН, 1999. — 447 с.

3. *Гмурман В. Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высш. шк., 2002. — 405 с.
4. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк., 1999. — 400 с.
5. *Горбань С. Ф., Снижко Н. В.* Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: МАУП, 1999. — 168 с.
6. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. — К.: НМК ВО, 1991.
7. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Практикум з курсу "Теорія ймовірностей і математична статистика". — К.: КІНГ, 1991.
8. *Дюженкова Л. І., Дюженкова О. Ю., Михалін Г. О.* Вища математика: Приклади і задачі: Посібник. — К.: Академія, 2003. — 624 с.
9. *Вища* математика: Навч. посіб. — Ч. 2. / В. П. Лавренчук, Т. І. Готинчан, В. С. Дронь, О. С. Кондур. — Чернівці: Рута, 2002. — 208 с.
10. *Практикум* з вищої математики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / І. І. Юртин, О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов та ін.; За ред. І. І. Юртина. — К.: МАУП, 2003. — 248 с.

ЗМІСТ

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*
Редактор *О. М. Коваленко*
Комп'ютерна верстка *А. М. Голянда*

Зам. № ВКЦ-3836

Підп. до друку 28.04.09. Формат 60x84/$_{16}$. Папір офсетний.
Друк ротаційний трафаретний.
Ум. друк. арк 0,93. Обл.-вид. арк. 0,82. Наклад 30 пр.
Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП
ДП «Видавничий дім «Персонал»
03039 Київ-39, пр. Червонозоряний, 119, літ. XX
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб'єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008