

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
**дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ”**  
**(для бакалаврів)**

Київ  
ДП «Видавничий дім «Персонал»  
2013

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальний курс “Теорія ймовірностей” має важливе значення для підготовки економістів, бізнесменів, менеджерів, бухгалтерів-аудиторів, маркетингологів. Вивчення та використання закономірностей випадкових явищ дає можливість будувати кількісні моделі управління економічними системами, прогнозувати та приймати оптимальні рішення.

Курс “Теорія ймовірностей” є базовою дисципліною для подальшого вивчення курсів “Математична статистика”, “Математичне програмування”, “Дослідження операцій”, “Економетрія”, “Економічний ризик та методи його обчислення” тощо.

У результаті вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей” студенти повинні

*знати:*

- основні поняття і теореми теорії ймовірностей;
- основні методи знаходження ймовірностей випадкових величин;
- основні закони розподілу випадкових величин;
- граничні теореми теорії ймовірностей;

*уміти:*

- знаходити ймовірності складних подій;
- аналізувати дискретні та неперервні випадкові величини.

## ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни “ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
	<b>Змістовий модуль I. Випадкові події</b>
1	Основні поняття теорії ймовірностей. Випадкові події
2	Елементи комбінаторики та їх застосування у теорії ймовірностей
3	Основні формули множення й додавання ймовірностей
4	Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)

Підготовлено професором кафедри математики *О. Ю. Дюженковою*

Затверджено на засіданні кафедри математики (протокол № 6 від 13.02.08)

Перезатверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 42 від 13.07.11)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*

**Дюженкова О. Ю.** Навчальна програма дисципліни “Теорія ймовірностей” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2013. — 11 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Теорія ймовірностей”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2013  
© ДП «Видавничий дім «Персонал», 2013

1	2
	<b>Змістовий модуль II. Одновимірні випадкові величини</b>
5	Одновимірні дискретні випадкові величини та їх числові характеристики
6	Одновимірні неперервні випадкові величини та їх числові характеристики
7	Функції випадкових величин
8	Основні закони розподілу одновимірних випадкових величин
	<b>Змістовий модуль III. Багатовимірні випадкові величини. Граничні теореми</b>
9	Багатовимірні випадкові величини. Системи двох випадкових величин
10	Граничні теореми теорії ймовірностей
Разом годин: 72	

**ЗМІСТ**  
**дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ”**

**Змістовий модуль I. Випадкові події**

**Тема 1. Основні поняття теорії ймовірності. Випадкові події**

1. Предмет курсу, його зміст.
2. Випадкові події та їх класифікація.
3. Операції над подіями.
4. Класичне та статистичне означення ймовірності події.
5. Геометрична ймовірність.  
*Література* [1 (с. 17–30); 2; 4–6; 9 (с. 3–12); 10; 12 (с. 3–19)]

**Тема 2. Елементи комбінаторики та їх застосування у теорії ймовірностей**

1. Основні правила комбінаторики.
2. Різні види сполук: розміщення, перестановки та сполучення.

3. Застосування елементів комбінаторики до розв'язування ймовірносних задач.  
*Література* [1 (с. 30–35); 3; 4; 7; 9; 10; 12 (с. 20–28)]

**Тема 3. Основні формули множення й додавання ймовірностей**

1. Формули (теореми) додавання ймовірностей випадкових подій.
2. Залежні та незалежні події. Умовна ймовірність події.
3. Формули (теореми) множення ймовірностей залежних та незалежних випадкових подій.
4. Формула повної ймовірності та формула Байєса.  
*Література* [1 (с. 43–59); 2–4 (с. 31–53); 7 (с. 16–22); 9; 12 (с. 29–39)]

**Тема 4. Повторні незалежні випробування (схема Бернуллі)**

1. Повторні незалежні випробування.
2. Формула Бернуллі та її застосування.
3. Найімовірніше число появи події.
4. Локальна та інтегральна теореми Муавра–Лапласа. Локальна та інтегральна функції Лапласа.
5. Формула Пуассона для малої ймовірних випадкових подій.  
*Література* [1 (с. 69–78); 2–4 (с. 55–63); 7 (с. 26–35); 9; 12 (с. 40–48)]

**Змістовий модуль II. Одновимірні випадкові величини**

**Тема 5. Одновимірні дискретні випадкові величини та їх числові характеристики**

1. Означення дискретної випадкової величини.
2. Закон (ряд) розподілу дискретної випадкової величини.
3. Функція розподілу дискретної випадкової величини.
4. Числові характеристики випадкових величин та їх властивості.
5. Формули для обчислення математичного сподівання, дисперсії та середнього квадратичного відхилення для дискретної випадкової величини.  
*Література* [1 (с. 94–95, 104–111); 3; 4; 7 (с. 46–51); 12 (с. 49–53, 83–85)]

**Тема 6. Одновимірні неперервні випадкові величини та їх числові характеристики**

1. Означення неперервної випадкової величини.
2. Інтегральна та диференціальна функції розподілу неперервної випадкової величини, їх властивості.
3. Числові характеристики неперервної випадкової величини.  
*Література* [1 (с. 94–100, 114–117); 4; 7 (с. 38–52); 12 (с. 62–71, 83–85)]

**Тема 7. Функції випадкових величин**

1. Означення функції випадкових величин.
2. Функція дискретної випадкової величини та її числові характеристики.
3. Функція неперервної випадкової величини та її числові характеристики.
4. Функція двох дискретних випадкових величин.
5. Функція двох неперервних випадкових величин, її функція та щільність розподілу ймовірностей.  
*Література* [1(с. 141–146); 3, 4(с. 111–116); 7(с. 72–79); 12 (с. 135–142)]

**Тема 8. Основні закони розподілу одновимірних випадкових величин**

1. Основні закони розподілу дискретної випадкової величини: біноміальний, рівномірний, геометричний, гіпергеометричний та розподіл Пуассона.
2. Числові характеристики для основних законів розподілу дискретної випадкової величини.
3. Рівномірний та показниковий закони розподілу неперервної випадкової величини.
4. Нормальний закон розподілу та його застосування. Правило трьох сигм.  
*Література* [1 (с. 100–104, 117–122); 2–4; 7 (с. 83–86, 91–95); 8–10; 12 (с. 54–56, 63–71)]

**Змістовий модуль III. Багатовимірні випадкові величини. Граничні теореми**

**Тема 9. Багатовимірні випадкові величини. Системи двох випадкових величин**

1. Означення багатовимірної випадкової величини. Двовимірна випадкова величина.
2. Система двох дискретних випадкових величин, її закон розподілу.
3. Числові характеристики системи, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції та їх властивості.
4. Система двох неперервних випадкових величин, функція та щільність розподілу ймовірностей системи, їх властивості.
5. Числові характеристики складових системи. Умовні закони розподілу та їх числові характеристики. Кореляційна залежність.  
*Література* [1(с. 132–141); 3; 4(с. 155–179); 7 (с. 57–70); 12 (с. 95–133)]

**Тема 10. Граничні теореми теорії ймовірностей**

1. Нерівність Чебишева та її значення.
2. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі.
3. Центральна гранична теорема теорії ймовірностей (теорема Ляпунова) та її використання у математичній статистиці.  
*Література* [1 (с. 126–131); 3–5; 7 (с. 106–112); 8; 9; 12 (с. 147–152)]

**ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

1. Що вивчає теорія ймовірностей?
2. Що таке випадкова подія?
3. Які ви знаєте операції над подіями?
4. Дайте різні означення ймовірності.
5. Що називають геометричною ймовірністю?
6. Наведіть основні правила комбінаторики.
7. Що таке розміщення, перестановки, сполучення?
8. Як використовуються ці сполуки при розв'язуванні задач в теорії ймовірностей?
9. Які події називаються сумісними, несумісними?
10. Які події називаються залежними, незалежними?

11. Сформулюйте теорему (формулу) додавання ймовірностей для довільних подій.
12. Запишіть формулу додавання ймовірностей для несумісних подій.
13. Що таке умовна ймовірність?
14. Сформулюйте теорему (формулу) множення ймовірностей для довільних подій.
15. Запишіть формулу множення ймовірностей для незалежних подій.
16. Що таке повна група подій?
17. Запишіть формулу повної ймовірності. В яких випадках її використовують?
18. Запишіть формулу Байеса. Коли її застосовують?
19. Опишіть схему Бернуллі.
20. Запишіть формулу Бернуллі.
21. У яких випадках використовують формулу Бернуллі?
22. Як визначити ймовірність того, що подія  $A$  відбудеться хоча б один раз?
23. Як обчислити ймовірність того, що подія  $A$  відбудеться не менше  $m_1$  і не більше  $m_2$  раз?
24. Як знайти найімовірніше число появ події  $A$  в схемі Бернуллі?
25. У яких випадках доцільно використовувати локальну теорему Муавра–Лапласа, інтегральну теорему Муавра–Лапласа, формулу Пуассона?
26. Як визначаються і які властивості мають локальна та інтегральна функції Лапласа?
27. Що таке випадкова величина?
28. Що називається дискретною випадковою величиною і як вона задається?
29. Як визначається функція розподілу дискретної випадкової величини?
30. Що характеризує математичне сподівання випадкової величини? Як воно обчислюється для дискретної випадкової величини?
31. Як визначається дисперсія дискретної випадкової величини?
32. Що характеризує середнє квадратичне відхилення випадкової величини?
33. Що називається неперервною випадковою величиною і як вона задається?
34. Як визначається функція (інтегральна функція) розподілу неперервної випадкової величини? Які її властивості?
35. Як визначається щільність (диференціальна функція) розподілу неперервної випадкової величини? Наведіть її властивості.
36. Як обчислюється ймовірність попадання випадкової величини в інтервал  $(a, b)$ ?
37. Як визначаються числові характеристики неперервної випадкової величини?
38. Сформулюйте основні закони розподілу дискретної випадкової величини: рівномірний, біноміальний, геометричний та закон розподілу Пуассона.
39. Як визначаються числові характеристики для кожного з основних законів розподілу дискретної випадкової величини?
40. Як задається рівномірний закон розподілу неперервної випадкової величини? Як визначаються числові характеристики для рівномірно розподіленої величини?
41. Як визначається показниковий розподіл неперервної випадкової величини? Як обчислюють в цьому випадку числові характеристики та ймовірність попадання в інтервал  $(a, b)$ ?
42. Як задається нормальний закон розподілу неперервної випадкової величини? Що означають параметри  $a$  і  $\sigma$  цього закону?
43. Як обчислюють ймовірність попадання в інтервал  $(a, b)$  для нормально розподіленої випадкової величини?
44. Сформулюйте “правило трьох сигм” для нормального розподілу випадкової величини.
45. Що таке багатовимірна випадкова величина?
46. Що таке система двох випадкових величин?
47. Як задається закон розподілу двовимірної дискретної випадкової величини?
48. Як записати закони розподілу величин  $X$  і  $Y$ , знаючи закон розподілу двовимірної випадкової величини  $(X, Y)$ ?
49. Як визначають числові характеристики двовимірної дискретної випадкової величини?
50. Що таке умовний закон розподілу?
51. Як задається двовимірна неперервна випадкова величина?
52. Як визначають числові характеристики двовимірної неперервної випадкової величини?
53. Як обчислюють коефіцієнт кореляції випадкових величин? Що він характеризує?

54. Що таке функція випадкових величин?
55. Як записати закон розподілу функції дискретної випадкової величини?
56. Як знайти щільність розподілу функції неперервної випадкової величини?
57. Запишіть формули обчислення числових характеристик функції дискретної та неперервної випадкових величин.
58. Запишіть нерівності Чебишева.
59. Сформулюйте теорему Чебишева та теорему Бернуллі.
60. У чому полягає важливість центральної граничної теореми?

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Барковський В. В., Барковська Н. В., Лопатін О. К. Математика для економістів. Теорія ймовірностей та математична статистика. — К.: НАУ, 1999.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1962.
3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высш. шк., 1999.
4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк., 1999.
5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1969.
6. Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я. Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1976.
7. Горбань С. Ф., Снижко Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: МАУП, 1999.
8. Гурский Е. М. Теория вероятностей с элементами математической статистики. — М.: Высш. шк., 1971.
9. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. — К.: УМК ВО, 1991.
10. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Практикум з курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”. — К.: КІНГ, 1991.
11. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. — М., 1982.
12. Чорней Р. К., Дожженкова О. Ю., Жильцов О. Б. та ін. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики / За ред. Р. К. Чорнея. — К.: МАУП, 2003.

### ЗМІСТ

Пояснювальна записка .....	3
Тематичний план дисципліни “Теорія ймовірностей”....	3
Зміст дисципліни “Теорія ймовірностей” .....	4
Питання для самоконтролю .....	7
Список літератури .....	10

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*  
 Редактор *О. М. Коваленко*  
 Комп'ютерне верстання *О. Л. Тищенко, О. М. Бабаєва*

Зам. № ВКЦ-3761

Формат 60×84/16. Папір офсетний.  
 Друк ротатійний трафаретний.  
 Ум. друк. арк. 0,7. Обл.-вид. арк. 0,47. Наклад 50 пр.  
 Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
 03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП  
 ДП «Видавничий дім «Персонал»  
 03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. ХХ  
 Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
 суб'єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008  
 Надруковано в друкарні ДП «Видавничий дім «Персонал»