МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ

МАУП

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

з дисципліни

“ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ”

(для бакалаврів)

Київ 2008

Підготував професор кафедри прикладної математики та програмування
М. М. Личак

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики
та програмування (протокол № 1 від 30.08.07)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Личак М. М. Методичні рекомендації щодо забезпечення самостійної роботи студентів з дисципліни "Випадкові процеси" (для бакалаврів). — К.: МАУП, 2008. — 18 с.

Методичні рекомендації містять пояснювальну записку, розгорнутий тематичний план дисципліни "Випадкові процеси", теми для самостійного вивчення, питання для самоконтролю та приклади типових відповідей на питання, задачі та вправи для самостійного розв'язання, а також список літератури.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета і основні завдання самостійної роботи студентів — сприяти засвоєнню в повному обсязі навчальної програми дисципліни "Випадкові процеси" та формуванню самостійності як особистісної риси та важливої професійної якості, сутність якої полягає в умінні систематизувати, планувати та контролювати власну діяльність.

Метою вивчення курсу "Випадкові процеси" є засвоєння такої математичної моделі невизначеності, як випадкові процеси, їх опису та теоретичних методів аналізу, в тому числі, на основі множинного підходу, а також алгоритмів їх моделювання для проведення комп'ютерного експерименту.

Завдання курсу — вивчення головних моделей процесів з дискретним и неперервним часом, як відображення непередбачуваних подій, що розвиваються за часом, обґрунтування характеристик таких процесів, в тому числі й інтервальних, їх аналіз за часом та частотний, а також оптимальне оцінювання і фільтрація.

Матеріал самостійних завдань відповідає темам дисципліни "Випадкові процеси" у підготовці бакалаврів напряму "Прикладна математика". Зміст поєднує питання з теорії випадкових процесів та основи його практичного застосування у дослідженні реальних сигналів.

Зміст самостійної роботи: опрацювання та конспектування навчального матеріалу з курсу вказаної дисципліни, розв'язування практичних завдань.

ПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЮ НА СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТТЯХ ТА ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Змістовий модуль І. Характеристики послідовностей хаотичних та випадкових подій

Тема 1. Хаотичні та випадкові події і їх послідовності

1. Яка головна властивість елементів упорядкованої множини?
2. Наведіть приклад побудови алгоритму комп'ютерного генерування обмеженої послідовності чисел, що належать інтервалу $[x_{\min}; x_{\max}]$, де $x_{\min}$ та $x_{\max}$ — задані числа, на основі комп'ютерного датчика рівномірно розподілених чисел на інтервалі [0; 1].
3. Дайте означення інтервального числа, інтервальної функції.

4. Роз’ясніть на вербальному рівні поняття інтервального (множинного) аналізу.
5. Дайте означення одномірної інтервальної функції розподілу послідовності хаотичних подій та однозначної одномірної функції розподілу послідовності випадкових подій.

Література [1; 3; 5–7]

Приклад відповіді на питання 5

Вважатимемо, що можливі прояви досліджуваного явища, результати розглядуваного досліду або спостереження утворюють деяку замкнуту обмежену упорядковану множину елементарних подій X_0 . Реалізація того чи іншого прояву, результату або спостереження є елемент X цієї множини

$$x \in X_0 \tag{1}$$

Упорядкованість множини X_0 означає, що для будь-яких двох різних її елементів установлене правило, за яким один із цих елементів вважається попереднім другому. Зокрема, такою множиною може бути деякий скінчений набір раціональних чисел, замкнутий інтервал або об’єднання деякого числа замкнутих інтервалів на числовій вісі.

Якщо явище, дослід чи спостереження реалізується багато разів при збереженні основних факторів або умов, то цьому буде відповідати деяка послідовність $x_1, x_2, ..., x_n$, (n — поточний номер повторення) елементів множини X_0, які вибираються з неї згідно з деяким алгоритмом вибору (вибір не означає “вичерпування” множини, тобто на кожному кроці його реалізації множина залишається незмінною, а кожен її елемент у загальному випадку може вибиратись неоднораэово).

Коли цей алгоритм вибору відомий, то говорять про детерміновану послідовність, для якої всі значення можуть бути наперед розраховані, а значить прогнозовані відповідно даному алгоритму.

Якщо ж такий алгоритм вибору невідомий, а вибір елементів послідовності x_n (n = 1,2,...) з множини X_0 здійснюється під впливом неконтрольованих і невідомих чинників, то будемо говорити про невизначену послідовність, значення якої, безумовно, належать заданій множині, але попередньо їх розрахувати, а значить і точно спрогнозувати неможливо. Проте, не знаючи самого алгоритму вибору, у багатьох випадках можна мати деяку інформацію про його властивості, а значить і про властивості послідовності, що формується ним.

На упорядкованій замкнутій обмеженій множині X_0, для якої існують граничні точки $x_{\min}$ і $x_{\max}$, такі, що для всіх $x \in X_0$ маємо $x \geq x_{\min}$ і $x \leq x_{\max}$, введемо таку функцію від $x \in X_0$ і членів будь-якої невизначеної послідовності x_n $(n = 1,2,...)$, що

$$F(x,x_n) \equiv \begin{cases} 1 & \text{при} \quad x_n \leq x, \\ 0 & \text{при} \quad x_n > x. \end{cases} \qquad (2)$$

Означення 1. Нижньою і верхньою гранями інтервальної функції розподілу членів обмеженої, згідно з (1), послідовності x_n $(n = 1,2,...)$ будемо називати такі функції

$$1 \geq P_н(x,N) \geq 0 \ \ , 0 \leq P_в(x,N) \leq 1 \ , \qquad (3)$$

де $x \in X_0$, а $N = 1,2...$ — послідовні значення кількості розглядуваних поспіль будь-яких членів послідовності, що для функцій (3) і відповідних членів послідовності, згідно з (2), виконується система нерівностей

$$P_н(x,N) \leq \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} F(x,x_{n+i}) \leq P_в(x,N) \quad \forall\, n = 1,2,..., \quad \text{при } N = 1,2... . \ (4)$$

Послідовність, для якої існує інтервальна функція розподілу, тобто її нижня і верхня грані, будемо називати хаотичною, а членів цієї послідовності — хаотичними подіями.

Означення 2. Якщо для всіх $x \in X_0$ та функцій (3), за Означенням 1, існують

$$\lim_{N\to\infty} P_н(x,N) = \lim_{N\to\infty} P_в(x,N) = P(x) \ , \qquad (5)$$

то таку хаотичну послідовність будемо називати випадковою, а функцію $P(x)$ — функцією розподілу випадкових подій — членів випадкової послідовності на множині X_0.

Тобто, імовірнісна характеристика отримується з інтервальної функції розподілу в результаті граничного переходу, якщо він існує.

6. Які хаотичні події та їх послідовності можна називати випадковими з однозначною одномірною функцією їх розподілу?
7. Дайте означення одномірної інтервальної функції частот послідовності хаотичних подій та однозначної одномірної функції частот послідовності випадкових подій.

Приклад відповіді на питання 7

На упорядкованій замкнутій обмеженій множині X_0, для якої існують граничні точки $x_{\min}$ і $x_{\max}$, такі, що для всіх $x \in X_0$ маємо $x \geq x_{\min}$

і $x \le x_{\max}$, введемо таку функцію $\Delta F(\cdot)$ від $x \in X_0$ і $x^{(l)} \in X_0$, $x^{(l)} \le x$ та членів будь-якої хаотичної послідовності x_n $(n = 1,2,...)$, що

$$\Delta F(x^{(l)},\ x,\ x_n) = \begin{cases} 1 \quad \text{при} \quad x^{(l)} \le x_n \le x, \\ 0 \quad \text{при} \quad x_n > x \quad \text{чи} \quad x_n < x^{(l)}. \end{cases} \qquad (6),$$

Означення 3. Для хаотичної послідовності x_n $(n = 1,2,...)$ існує інтервальна функція частот членів цієї послідовності, тобто існують нижня і верхня межа цієї інтервальної функції, у вигляді функцій

$$0 \le \Delta P_{\text{н}}(x^{(l)},x,N) \le 1, 0 \le \Delta P_{\text{в}}(x^{(l)},x,N) \le 1,\ x \in X_0, \\ x^{(l)} \in X_o, x^{(l)} \le x, N = 1,2,..., \qquad (7)$$

що для функцій (7) і відповідних членів послідовності, згідно з (6), виконується система нерівностей

$$\Delta P_{\text{н}}(x^{(l)},x,N) \le \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\Delta F(x^{(l)},x,x_{n+i}) \le \Delta P_{\text{в}}(x^{(l)},x,N)\,\forall\, n = 1,2,\ldots,$$

при $N = 1,...$ (8)

Очевидно, що при $x^{(l)} = x_{\min}$

$$\begin{cases} \Delta P_{\text{н}}(x_{\min},,x,N) = P_{\text{н}}(x,N), \\ \Delta P_{\text{в}}(x_{\min},,x,N) = P_{\text{в}}(x,N), \end{cases} \qquad (9)$$

що доводить існування функцій $\Delta P_{\text{н}}(x^{(l)},\ x,\ N)$ і $\Delta P_{\text{в}}(x^{(l)},\ x,\ N)$ при інших значеннях $x^{(l)}$, так як згідно з (4) і (9) для них існують обмеження знизу і зверху.

З іншого боку, для всіх $x \in X_0$, $x^{(l)} \in X_0$, $x^{(l)} \le x, N = 1,2,\ldots$ справедливо

$$\begin{cases} \Delta P_{\text{в}}(x^{(l)},x,N) \le P_{\text{в}}(x,N) - P_{\text{н}}(x^{(l)},N), \\ \Delta P_{\text{н}}(x^{(l)},x,N) \ge P_{\text{н}}(x,N) - P_{\text{в}}(x^{(l)},N). \end{cases} \qquad (10)$$

Наслідок 1. Якщо для випадкової послідовності x_n $(n = 1,2,...)$, за Означенням 2, існує функція розподілу $P(x)$ випадкових подій на множині елементарних подій X_0, то відповідно до Означення 3 існує функція частот цих випадкових подій

$$\Delta P(x^{(l)},x) = \lim_{N\to\infty}\Delta P_{н}(x^{(l)},x,N) = \lim_{N\to\infty}\Delta P_{\text{в}}(x^{(l)},x,N)\,, \qquad (11)$$

причому, для неперервної функції $P(x)$

$$\Delta P(x^{(l)},x) = P(x) - P(x^{(l)}) \quad \forall\, x \in X_0, x^{(l)} \in X_0\,, x^{(l)} \le x\,\cdot \qquad (12)$$

Справедливість співвідношень (11) і (12) безпосередньо слідують із (5) та нерівностей (8) і (10). Тобто, імовірнісна характеристика отримується з інтервальної функції частот в результаті граничного переходу, якщо він існує.

8. Що називають одномірною густиною розподілу послідовності числових випадкових подій та як вона пов'язана з одномірними інтервальною функцією частот їх розподілу та функцією розподілу послідовності випадкових подій?
9. Випишіть систему нерівностей, що виділяє множинні оцінки значень членів хаотичної послідовності на інтервалі заданої ширини в будь-якому місці цієї послідовності.
10. Запишіть формули зв'язку між інтервальною функцією обмежень на середньоарифметичне значення членів хаотичної послідовності на заданому інтервалі часу та одномірною інтервальною функцією розподілу членів даної послідовності.
11. Що називають математичним сподіванням випадкової послідовності та як воно пов'язане з одномірною інтервальною функцією обмежень на середньоарифметичне значення членів хаотичної послідовності на заданому інтервалі часу?

Приклад відповіді на питання 11

Для простоти вважатимемо, що множина елементарних подій X_0 має вигляд замкнутого інтервалу на числовій осі $[x_{\min}, x_{\max}]$, де $x_{\min} < x_{\max}$ — деякі числа (отримані в подальшому результати легко можуть бути узагальнені на випадок об'єднання декількох таких інтервалів). Тобто, будь-яка числова хаотична послідовність $x_n\,(n = 1,2,...)$, що вибирається з цієї множини, задовольняє умову

$$x_{\min} \le x_n \le x_{\max} \quad \forall \quad n = 1,2,3,... \,. \tag{13}$$

Твердження 1. Для інтервальної функції розподілу членів дискретної числової хаотичної послідовності $x_n\,(n = 1,2,...)$ (згідно з Означенням 1) існує відповідна інтервальна функція середнього на будь-якому ковзному інтервалі шириною N, нижня і верхня грані якої визначаються як функції від ширини розглядуваного інтервалу

$$m_{\text{н}}(N) = x_{\max} - \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P_{\text{в}}(x,N)\,dx, \quad m_{\text{в}}(N) = x_{\max} - \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P_{\text{н}}(x,N)\,dx \,, \tag{15}$$

а значення членів будь-якої її частини задовольняють систему нерівностей

$$m_{\text{н}}(N) \le \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} x_{n+i} \le m_{\text{в}}(N) \quad \forall n = 1,2,..., \qquad \text{при } N = 1,2,... \qquad (16)$$

Дійсно, вирахуємо

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} F(x, x_n)dx = \int_{x_n}^{x_{\max}} dx = x_{\max} - x_n\,, \qquad (17)$$

звідки

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} [\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} F(x, x_{n+i})]\,dx = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} F(x, x_{n+i})\,dx =$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(x_{\max} - x_{n+i}.$$

Візьмемо такий же інтеграл від інших членів співвідношення (4) для цього випадку (розглядаючи N як параметр) і отримаємо нерівності вигляду

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P_{\text{н}}(x, N)\,dx \le \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}(x_{\max} - x_{n+i}) \le \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P_{\text{в}}(x, N)\,dx\,. \qquad (18)$$

Нерівності (18) можна переписати у вигляді (16).

Нерівності (16) в явному вигляді виділяють обмеження на середньоарифметичне значення членів будь-якої частини числової хаотичної послідовності певної довжини та встановлюють зв'язок цих обмежень із гранями інтервальної функції розподілу числових хаотичних подій.

Наслідок 3. Якщо виконується (5) і (13), то за умов Наслідку 2 існує

$$\lim_{N\to\infty} m_{н}(N) = \lim_{N\to\infty} m_{в}(N) = m_0 = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x\rho(x)dx = x_{\max} - \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P(x)dx\,, \qquad (19)$$

де m_0 — середньоарифметичне значення послідовності числових випадкових подій на множині X_0, що виділяється умовою (13), яке повністю відповідає поняттю математичного сподівання числової випадкової величини за аксіоматичною теорією ймовірності [1, 3].

Справедливість (19) випливає з того факту, що, згідно з (14),

$$m_0 = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x \cdot \frac{dP(x)}{dx} \cdot d\,x = x\,P(x)\,\Big|_{x_{\min}}^{x_{\max}} - \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P(x)\,dx = \\ = x_{\max} - \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} P(x)\,dx \qquad (20)$$

а значить, відповідно до (5) і (20), із (15) слідує (19).

12. Дайте означення двовимірної інтервальної функції розподілу послідовності хаотичних подій та однозначної двовимірної функції розподілу послідовності випадкових подій.
13. Дайте означення двовимірної інтервальної функції частот послідовності хаотичних подій та однозначної двовимірної функції частот послідовності випадкових подій.
14. Що називають двовимірною густиною розподілу послідовності числових випадкових подій та як вона пов’язана з двовимірними функцією частот їх розподілу та функцією розподілу послідовності випадкових подій?
15. Дайте означення інтервальної автокореляційної функції послідовності хаотичних подій.
16. Запишіть формули зв’язку між інтервальною автокореляційною функцією послідовності хаотичних подій та двовимірною інтервальною функцією розподілу членів даної послідовності.
17. Запишіть формули зв’язку між інтервальною автокореляційною функцією послідовності хаотичних подій та автокореляційною функцією послідовності випадкових подій.
18. Дайте означення інтервальної дисперсії хаотичної послідовності чисел та дисперсії і середньоквадратичного відхилення для випадкової їх послідовності.
19. Роз’ясніть на вербальному рівні поняття квантованих за рівнем послідовностей чисел.
20. Чим відрізняються відповідні характеристики квантованих за рівнем обмежених послідовностей чисел від аналогічних характеристик для послідовностей чисел в тих же межах, але для яких відсутнє таке квантування чисел — членів даної послідовності?

Тема 2. Векторні послідовності та їх характеристики

1. Роз'ясніть поняття вектора обмежених хаотичних послідовностей та запишіть відповідну матрицю значень для випадку числових подій.
2. Дайте означення взаємної інтервальної функції розподілу двох послідовностей хаотичних подій та однозначної взаємної функції розподілу двох послідовностей випадкових подій.
3. Дайте означення взаємної інтервальної функції частот двох послідовностей хаотичних подій та однозначної взаємної функції частот двох послідовностей випадкових подій.
4. Що називають взаємною густиною розподілу двох числових послідовностей випадкових подій та як вона пов'язана із взаємною інтервальною функцією частот їх розподілу та взаємною функцією розподілу послідовності випадкових подій?
5. Дайте означення інтервальної взаємокореляційної функції двох послідовностей хаотичних подій.
6. Запишіть формули зв'язку між інтервальною взаємокореляційною функцією двох послідовностей хаотичних подій та взаємокореляційною функцією двох послідовностей випадкових подій.
7. Дайте означення інтервальної взаємної дисперсії двох хаотичних послідовностей чисел та взаємної дисперсії для випадкових їх послідовностей.
8. Що ви знаєте про характеристики взаємозв'язку двох квантованих за рівнем обмежених послідовностей чисел і в чому їх відмінність від аналогічних характеристик для двох аналогічних послідовностей чисел в тих же межах, але для яких відсутнє таке квантування чисел — членів даних послідовностей?
9. Дайте означення поняття незалежності двох випадкових послідовностей чисел, а також зробіть порівняльний аналіз з подібним явищем для випадку інтервальних взаємних характеристик двох хаотичних послідовностей чисел.

Література [1–7]

Тема 3. Моделювання та дослідження числових хаотичних послідовностей та використання знання про їх характеристики для оцінювання невідомих параметрів

1. Назвіть приклади складних нелінійних динамічних фізичних систем чи їх комп'ютерних моделей, в яких виникає режим хао-

тичних коливань, а також можливі причини існування такого режиму.
2. Роз’ясніть на вербальному рівні метод оцінювання інтервальних функцій розподілу та інтервальних функцій частот на основі експериментальних даних реалізацій хаотичних послідовностей.
3. Порівняйте метод оцінювання інтервальних характеристик хаотичних послідовностей на основі експериментальних даних з методом гістограм побудови функцій розподілу та густини розподілу для випадкових послідовностей.
4. Яким чином можна використати інтервальні оцінки значень шумів вимірювань для оцінювання невідомого вимірюваного значення?

Література [1; 3; 7; 10; 12]

Змістовий модуль II. Хаотичні та випадкові процеси, їх типи і характеристики

Тема 4. Векторні послідовності та їх характеристики

1. Дайте означення дискретного та неперервного хаотичного і випадкового процесів.
2. Дайте означення стаціонарного, строго стаціонарного і нестаціонарного процесів.
3. Роз’ясніть на вербальному рівні поняття циклічних нестаціонарних процесів.
4. Дайте означення одномірної інтервальної функції розподілу значень неперервного хаотичного процесу та однозначної одномірної функції розподілу значень неперервного випадкового процесу.
5. Які неперервні хаотичні процеси можна називати випадковими з однозначною одномірною функцією розподілу їх значень?
6. Що називають одномірною густиною розподілу значень за часом числового випадкового процесу та як вона пов’язана з одномірною інтервальною функцією частот їх розподілу та функцією розподілу значень даного неперервного випадкового процесу?
7. Запишіть інтегральну нерівність, що виділяє множинну оцінку значень неперервного хаотичного процесу на інтервалі часу заданої ширини в будь-якому місці цього процесу.

8. Запишіть формули зв'язку між одномірною інтервальною функцією обмежень на середньоінтегральне значення неперервного хаотичного процесу на заданому інтервалі часу та одномірною інтервальною функцією розподілу значень неперервного випадкового процесу.
9. Що називають математичним сподіванням неперервного випадкового процесу та як воно пов'язане з одномірною інтервальною функцією обмежень на середньоінтегральне значення неперервного хаотичного процесу на заданому інтервалі часу?
10. Дайте означення двовимірної інтервальної функції розподілу значень неперервного хаотичного процесу та однозначної двовимірної функції розподілу значень неперервного випадкового процесу.
11. Що називають двовимірною густиною розподілу значень неперервного випадкового процесу та як вона пов'язана з двовимірною функцією частот їх розподілу та двовимірною функцією розподілу значень неперервного випадкового процесу?
12. Дайте означення інтервальних автокореляційної і автоковаріаційної функцій неперервного хаотичного процесу.
13. Запишіть формули зв'язку між інтервальною автокореляційною функцією неперервного хаотичного процесу та двовимірною інтервальною функцією розподілу значень даного процесу.
14. Дайте означення інтервальної дисперсії неперервного хаотичного процесу та дисперсії і середньоквадратичного відхилення для неперервного випадкового процесу.
15. Дайте означення взаємної інтервальної функції розподілу двох неперервних хаотичних процесів та однозначної взаємної функції розподілу двох неперервних випадкових процесів.
16. Дайте означення взаємної інтервальної функції частот двох неперервних хаотичних процесів та однозначної взаємної функції частот двох неперервних випадкових процесів.
17. Що називають взаємною густиною розподілу значень двох неперервних випадкових процесів та як вона пов'язана із взаємною інтервальною функцією частот їх розподілу та взаємною функцією розподілу значень двох неперервних випадкових процесів?
18. Дайте означення інтервальної взаємокореляційної функції двох неперервних хаотичних процесів.

19. Запишіть формули зв'язку між інтервальною взаємокореляційною функцією двох неперервних хаотичних процесів та взаємокореляційною функцією двох неперервних випадкових процесів.
20. Дайте означення інтервальної взаємної дисперсії двох неперервних хаотичних процесів та взаємної дисперсії для двох неперервних випадкових процесів.
21. Дайте означення поняття незалежності двох неперервних випадкових процесів, а також зробіть порівняльний аналіз з подібним явищем для випадку інтервальних взаємних характеристик двох неперервних хаотичних процесів.

Література [4–7]

Тема 5. Частотні характеристики хаотичних і випадкових процесів

1. Випишіть і поясніть формули канонічного представлення хаотичних чи випадкових процесів.
2. Запишіть вираз для перетворення Фур'є неперервного процесу на скінченому інтервалі та рівність Парсеваля.
3. Що таке спектри потужності неперервних стаціонарних процесів?
4. Сформулюйте теорему Вінера-Хінчина та запишіть її суть через відповідні формули.
5. Що таке спектр коваріаційної функції неперервного стаціонарного процесу та ефективна ширина спектру його потужності?
6. Запишіть співвідношення невизначеності, що пов'язує ефективну ширину спектру потужності з ефективним інтервалом коваріації неперервного стаціонарного процесу.
7. Дайте означення взаємної спектральної функції двох неперервних стаціонарних процесів.
8. Запишіть вираз для функції когерентності в спектральній області для двох неперервних стаціонарних процесів.
9. Дайте означення коефіцієнта когерентності двох неперервних стаціонарних процесів через їх дискретні значення за часом.
10. Запишіть вирази для спектральних характеристик результуючого неперервного процесу при лінійних перетвореннях одного або двох неперервних стаціонарних процесів.

11. Випишіть рівняння Вінера-Хопфа для спектральних характеристик неперервного стаціонарного процесу на вході та виході лінійного динамічного об'єкта.

Література [6; 7; 9–11; 30]

Тема 6. Телеграфний сигнал, білий шум, гаусовий та марківські процеси, дискретизація за часом та квантування за рівнем неперервного процесу

1. Дайте означення телеграфного сигналу, білого шуму та гаусового процесу.
2. Роз'ясніть на вербальному рівні поняття неперервних та дискретних марківських процесів.
3. Сформулюйте теорему Котельникова.
4. Випишіть ряд Котельникова для періодичного неперервного процесу.
5. Сформулюйте і запишіть умову спостережуваності неперервної лінійної динамічної системи при дискретному вимірюванні вихідного процесу.
6. Сформулюйте і запишіть умову керованості неперервної лінійної динамічної системи при дискретному вимірюванні вихідного процесу та дискретному керуванні вхідним процесом.

Література [9–11; 30]

Змістовий модуль III. Оптимальне оцінювання і фільтрація на основі "зашумлених" даних

Тема 7. Синтез оптимального фільтра на основі інтервальних характеристик

1. Як ставиться задача оптимальної фільтрації на основі множинного підходу?
2. Випишіть систему лінійних нерівностей, яка виділяє гарантовану багатогранну множинну оцінку невідомих параметрів інформативного сигналу при адитивному шумі дискретних вимірювань, який може бути представлений як стаціонарний хаотичний процес з відомими характеристиками.
3. У чому полягає проблема вибору кількості невідомих параметрів при поданні інформативного сигналу у вигляді розкладу в ряд за відомими базовими функціями часу, але з невідомими коефіцієнтами (параметрами) цього ряду?

4. Яким чином можна отримати непокращувані гарантовані інтервальні зовнішні оцінки невідомих коефіцієнтів (параметрів) розкладу в ряд інформативного сигналу за відомими базовими функціями часу?
5. У чому полягає модифікація МНК для отримання наближених “точкових” оцінок параметрів розкладу в ряд інформативного сигналу?
6. Дайте визначення множинного розв’язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь з невідомими коефіцієнтами та правими частинами.
7. Як можна врахувати мультиплікативний шум вимірювань в задачі оптимальної фільтрації на основі множинного підходу?

Література [12–16]

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Лычак М. М.* Элементы теории хаотичностей и ее применения // Проблемы управления и информатики. — 2002. — № 5. — С. 52–63.
2. *Колмогоров А. Н.* Основные понятия теории вероятностей. — М.: Наука. — 1974. — 120 с.
3. *Чистяков В. П.* Курс теории вероятностей. — М.: Наука. — 1978. — 224 с.
4. *Лычак М. М.* Хаотические непрерывные процессы и их интервальные характеристики // Проблемы управления и информатики. — 2004. — № 3. — С. 82–96.
5. *Лычак М. М.* Интервальные характеристики хаотических последовательностей // Кибернетика и системный анализ. — 2004. — № 5. — С. 58–71.
6. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. — М.: Высш. шк., 2001. — 382 с.
7. *Миллер Б. М., Панков А. Р. Т*еория случайных процессов в примерах и задачах. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 320 с.
8. *Фомин В. Н.* Рекуррентное оценивание и адаптивная фильтрация. — М.: Наука. — 1984. — 288 с.
9. *Рытов С. М.* Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука. — 1966. — 404 с.

10. *Сергиенко А. Б.* Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2003. — 608 с.
11. *Солодов А. В.* Теория информации и ее применение к задачам автоматического управления и контроля. — М.: Наука, — 1967. — 432 с.
12. *Лычак М. М.* Интервальные функции распределения и скользящего среднего возмущений как основа множественного оценивания // Сб. расширенных тезисов докладов, представленных на Всероссийском (с международным участием) совещании по интервальному анализу и его приложениям ИНТЕРВАЛ-06 (1–4 июля 2006 г., Петергоф, Россия). — СПб.: ВВМ, 2006. — С. 78–82.
13. *Лычак М. М.* Решение систем линейных алгебраических уравнений с неточно заданными параметрами // Сб. расширенных тезисов докладов, представленных на Всероссийском (с международным участием) совещании по интервальному анализу и его приложениям ИНТЕРВАЛ-06 (1–4 июля 2006 г., Петергоф, Россия). — СПб.: ВВМ, 2006. — С. 83–86.
14. *Лычак М. М.* О решении задачи структурной параметрической идентификации (дискретной аппроксимации) в условиях неопределенности // Автоматика. — 1990. — № 6. — С. 72–77.
15. *Лычак М. М., Шевченко В. М., Царук Н. П.* Решение задачи линейного программирования на основе множественного подхода // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 4. — С. 103–111.
16. *Лычак М. М.* Анализ циклических процессов солнечной активности // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 1–2. — С. 248–259.

Додаткова

17. *Бендат Дж., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. — М.: Мир. — 1989. — 540 с.
18. *Личак М. М.* Альтернативна модель невизначеності — інтервальні характеристики хаотичних процесів // Зб. пр. Міжнародного семінару з індуктивного моделювання. — К.: МННЦ ІТіС, 2005. — С. 197–206.
19. *Розанов Ю. А.* Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. — М.: Наука, 1985. — 468 с.
20. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк. — 1982. — 368 с.

21. *Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И.* Теория вероятностей и математическая статистика. — 2-е изд. перераб. и доп. — К.: Вища шк., 1988. — 487 с.
22. *Лычак М. М.* Обобщенная дисперсионная функция случайных возмущений и множественные оценки значений шумов // Автоматика. — 1987. — № 1. — С. 31–36.
23. *Лычак М. М.* Множественная модель неопределенного процесса и ее использование для обработки результатов измерений // Проблемы управления и информатики. — 1996. — № 1–2. — С. 184–191.
24. *Лычак М. М.* Множественная фильтрация // Там же. — 1996. — № 5. — С. 63–76.
25. *Лычак М. М.* Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода // Проблемы управления и информатики. — 1999. — № 5. — С. 34–41.
26. *Хакен Г.* Синергетика: иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985. — 423 с.
27. *Николис Дж.* Динамика иерархических систем. Эволюционное представление. — М.: Мир, 1989. — 486 с.
28. *Лычак М. М.* Математические модели процесса дискретного управления с помощью средств цифровой техники // Кибернетика и вычисл. техника. — 1989. — Вып. 83. — С. 14–22.
29. *Чарин В. С.* Линейные преобразования и выпуклые множества. — К.: Вища шк. — 1978. — 192 с.
30. *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. — М.: Высш. шк., 1988. — 448 с.

ЗМІСТ

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*
Редактор *Л. С. Тоболіч*
Комп'ютерне верстання *О. А. Залужна*

Зам. № ВКЦ-3515

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП