

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
дисципліни  
**“МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ”**  
(для бакалаврів)

Київ  
ДП «Видавничий дім «Персонал»  
2013

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Одним з основних завдань галузі економіки та підприємництва є управління економічними системами, що передбачає знаходження ефективних способів досягнення найкращого результату. Для прийняття оптимальних рішень потребується їх наукове обґрунтування. Ці проблеми вивчає теорія дослідження операцій, яка охоплює всі етапи вивчення економічних систем: від з'ясування мети її функціонування, побудови економіко-математичної моделі, знаходження оптимального розв'язку до практичної реалізації отриманих результатів дослідження. Основним інструментом для прийняття оптимальних рішень є математичне програмування — дисципліна, яка вивчає методи розв'язання деяких оптимізаційних задач.

Основна мета вивчення курсу математичного програмування — опанувати метод математичного моделювання, навчитися будувати економіко-математичні моделі, розв'язувати основні типи задач оптимального планування різними методами.

Програма курсу охоплює такі розділи математичного програмування: лінійне, цілочислове, нелінійне, динамічне, стохастичне, а також елементи теорії ігор. Для перевірки засвоєння теоретичної частини матеріалу подається перелік питань для самоконтролю. Навчальна програма базується на відповідній нормативній програмі фундаментального циклу освітньо-професійної підготовки бакалаврів економіки та підприємництва, затвердженій Міністерством освіти і науки України. Обсяг часу, необхідний для опанування цієї програми, становить 108 академічних годин.

У результаті вивчення курсу “Математичне програмування” студенти повинні

*знати:*

- загальну постановку задачі математичного програмування;
- класифікацію задач математичного програмування;
- основи математичного моделювання нескладних економічних задач;
- постановку загальної та канонічної задач лінійного програмування (ЗЛП);
- означення опорного та оптимального планів ЗЛП;
- алгоритм графічного методу розв'язання ЗЛП;
- алгоритм симплексного методу розв'язання ЗЛП;
- алгоритм побудови двоїстої задачі до вихідної (прямої) ЗЛП;

Підготовлено доцентами кафедри математики *О. Ю. Дюженковою* та *О. П. Томащук*

Затверджено на засіданні кафедри математики (протокол № 9 від 28.05.07)

Перезатверджено на засіданні кафедри прикладної математики та інформаційних технологій (протокол № 17 від 13.07.11)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*

**Дюженкова О. Ю., Томащук О. П.** Навчальна програма дисципліни “Математичне програмування” (для бакалаврів). — К.: ДП «Вид. дім «Персонал», 2013. — 14 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Математичне програмування”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

- © Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП), 2013
- © ДП «Видавничий дім «Персонал», 2013

- теореми двоїстості та їх застосування;
- економічну інтерпретацію пари взаємно двоїстих задач;
- алгоритм двоїстого симплекс-методу;
- постановку транспортної задачі та умови існування її розв'язку;
- методи побудови опорного плану транспортної задачі;
- метод потенціалів знаходження оптимального плану транспортної задачі;
- постановку задачі цілочислового програмування та методи її розв'язання;
- загальну постановку задачі нелінійного програмування;
- класифікацію задач нелінійного програмування;
- метод множників Лагранжа для розв'язання задач умовної оптимізації;
- постановку задачі опуклого програмування, теорему Куна–Таккера;
- постановку задачі квадратичного програмування, методи її розв'язання;
- загальну постановку задачі динамічного програмування;
- принцип оптимальності Беллмана;
- загальний підхід до розв'язання задач динамічного програмування;
- загальну постановку задачі стохастичного програмування та її особливості;
- класифікацію задач стохастичного програмування;
- основні поняття теорії ігор;
- відмінності між застосуванням чистих і змішаних стратегій;
- критерії вибору розв'язку при розв'язанні задач теорії ігор;

*уміти:*

- розрізняти класи задач математичного програмування;
- будувати математичні моделі нескладних економічних задач;
- записувати загальну та канонічну ЗЛП;
- переходити від загальної до канонічної ЗЛП;
- розв'язувати ЗЛП графічним методом, симплекс-методом, методом штучного базису;
- будувати двоїсту задачу до вихідної (прямої) ЗЛП;
- знаходити розв'язок однієї з пари взаємно двоїстих задач, знаючи розв'язок іншої;
- застосовувати двоїстий симплекс-метод для розв'язання ЗЛП;
- записувати математичну модель транспортної задачі;
- зводити відкриту модель транспортної задачі до закритої;

- будувати опорний план транспортної задачі;
- знаходити оптимальний план транспортної задачі;
- розв'язувати задачі цілочислового програмування методом Гоморі;
- застосовувати метод множників Лагранжа до розв'язання задач нелінійного програмування;
- застосовувати метод рекурентних співвідношень до розв'язання задач динамічного програмування;
- розв'язувати задачу про розподіл капіталовкладень;
- знаходити розв'язок матричної гри;
- застосовувати елементи інформаційних технологій до розв'язання задач математичного програмування.

Вивчення курсу “Математичне програмування” завершується складанням заліку або іспиту. Питання до заліку і теоретична частина білетів до іспиту формуються на основі питань для самоконтролю.

**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
**дисципліни**  
**“МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ”**

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
	<b>Змістовий модуль I. Проблематика математичного програмування</b>
1	Предмет курсу математичного програмування. Постановка задачі математичного програмування
2	Математичні моделі економічних задач
	<b>Змістовий модуль II. Задачі лінійного програмування (ЗЛП)</b>
3	Постановка ЗЛП
4	Графічний метод розв'язання ЗЛП
5	Аналітичні методи розв'язання ЗЛП
	<b>Змістовий модуль III. Двоїсті задачі лінійного програмування</b>
6	Поняття двоїстості. Побудова двоїстих ЗЛП
7	Економічна інтерпретація двоїстих ЗЛП
8	Двоїстий симплекс-метод

1	2
9	<b>Змістовий модуль IV. Транспортна задача</b>
10	Економічна та математична постановка транспортної задачі
11	Побудова опорного плану транспортної задачі
12	Визначення оптимального плану транспортної задачі
13	<b>Змістовий модуль V. Задачі цілочислового програмування</b>
14	Постановка задачі цілочислового програмування
15	Методи розв'язання задач цілочислового програмування
16	<b>Змістовий модуль VI. Задачі нелінійного програмування</b>
17	Загальна постановка задачі нелінійного програмування
18	Задачі умовної оптимізації. Метод множників Лагранжа
19	Задачі опуклого програмування. Теорема Куна–Таккера
20	Задачі квадратичного програмування
21	<b>Змістовий модуль VII. Задачі динамічного програмування</b>
22	Загальна характеристика задач динамічного програмування
23	Основні типи задач динамічного програмування
24	<b>Змістовий модуль VIII. Задачі стохастичного програмування</b>
25	Загальна постановка задачі стохастичного програмування
26	Методи розв'язання задач стохастичного програмування
27	<b>Змістовий модуль IX. Елементи теорії ігор</b>
28	Основні поняття теорії ігор
29	Процес знаходження розв'язку матричної гри
Разом годин: 108	

**ЗМІСТ**  
**дисципліни**  
**“МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ”**

**Змістовий модуль I. Проблематика математичного програмування**

**Тема 1. Предмет курсу математичного програмування.**  
**Постановка задачі математичного програмування**

Математичне програмування як основа теорії дослідження операцій. Предмет, зміст і завдання курсу математичного програмування. Загальна постановка задачі математичного програмування. Основні поняття. Класифікація задач математичного програмування.

*Література [2–8; 13]*

**Тема 2. Математичні моделі економічних задач**

Побудова математичних моделей. Приклади економічних задач оптимального планування. Модель міжгалузевого балансу (модель Леонтьєва).

*Література [2–8; 12; 13]*

**Змістовий модуль II. Задачі лінійного програмування (ЗЛП)**

**Тема 3. Постановка ЗЛП**

Загальна та канонічна ЗЛП. Перехід від загальної задачі до канонічної. Форми запису ЗЛП. Опорний і оптимальний плани ЗЛП. Економічні приклади ЗЛП.

*Література [1–7; 9; 10]*

**Тема 4. Графічний метод розв'язання ЗЛП**

Опуклі множини. Опукла лінійна комбінація точок. Геометрична інтерпретація ЗЛП. Алгоритм графічного методу.

*Література [1–7; 9; 10; 15]*

**Тема 5. Аналітичні методи розв'язання ЗЛП**

Метод Жордана–Гаусса як основа симплексного методу. Знаходження оптимального плану. Умови оптимальності. Алгоритм симплексного методу розв'язання ЗЛП. Симплекс-таблиці. Метод штучного базису.

*Література [1–7; 9; 10; 15]*

**Змістовий модуль III. Двоїсті задачі лінійного програмування**

**Тема 6. Поняття двоїстості. Побудова двоїстих ЗЛП**

Пряма і двоїста ЗЛП (пара взаємно двоїстих задач). Алгоритм побудови двоїстої ЗЛП. Теорема двоїстості та її застосування. Зв'язок між розв'язками взаємно двоїстих ЗЛП.

*Література [1–10]*

**Тема 7. Економічна інтерпретація двоїстих ЗЛП**

Економічна інтерпретація прямої та двоїстої ЗЛП. Оцінка рентабельності продукції та дефіцитності ресурсів. Аналіз стійкості двоїстих оцінок.

*Література [1–10; 12]*

### **Тема 8. Двоїстий симплекс-метод**

Розв'язання пари взаємно двоїстих задач симплекс-методом. Зручність використання двоїстого симплексного методу. Алгоритм двоїстого симплекс-методу.

*Література* [1–7; 9; 10]

### **Змістовий модуль IV. Транспортна задача**

#### **Тема 9. Економічна та математична постановка транспортної задачі**

Постановка транспортної задачі та умови існування її розв'язку. Відкрита і закрита моделі транспортної задачі. Випадок виродженого опорного плану.

*Література* [1–7; 9; 10]

#### **Тема 10. Побудова опорного плану транспортної задачі**

Методи побудови опорного плану транспортної задачі: північно-західного кута, найменшої вартості; подвійної переваги. Випадок виродження опорного плану.

*Література* [1–7; 9; 10]

#### **Тема 11. Визначення оптимального плану транспортної задачі**

Умова оптимальності опорного плану транспортної задачі. Метод потенціалів для знаходження оптимального плану транспортної задачі. Побудова циклу.

*Література* [1–7; 9; 10; 15]

### **Змістовий модуль V. Задачі цілочислового програмування**

#### **Тема 12. Постановка задачі цілочислового програмування**

Математична постановка задачі цілочислового програмування. Приклади застосування цілочислових задач у плануванні та управлінні виробництвом.

*Література* [1; 2; 4–7; 9; 10]

#### **Тема 13. Методи розв'язання задач цілочислового програмування**

Геометрична інтерпретація задач цілочислового програмування. Графічний метод. Метод Гоморі та особливості його застосування. Метод гілок і меж.

*Література* [1; 2; 4–7; 9; 10]

### **Змістовий модуль VI. Задачі нелінійного програмування**

#### **Тема 14. Загальна постановка задачі нелінійного програмування**

Загальна постановка задачі нелінійного програмування, її економічна сутність. Класифікація задач нелінійного програмування. Геометрична інтерпретація ЗНП у випадку двох змінних. Графічний метод розв'язання задач нелінійного програмування.

*Література* [1; 2; 4–7; 9; 10; 12]

#### **Тема 15. Задачі умовної оптимізації. Метод множників Лагранжа**

Поняття задачі умовної оптимізації. Функція Лагранжа. Метод множників Лагранжа та їх економічна інтерпретація.

*Література* [1; 2; 4–7; 9; 10; 12]

#### **Тема 16. Задачі опуклого програмування. Теорема Куна–Таккера**

Постановка задачі опуклого програмування. Необхідні та достатні умови існування сідлової точки. Теорема Куна–Таккера.

*Література* [1; 2; 4–7; 9; 10; 12]

#### **Тема 17. Задачі квадратичного програмування**

Постановка задачі квадратичного програмування. Основні методи розв'язання задач квадратичного програмування.

*Література* [1; 2; 4–7; 9; 10]

### **Змістовий модуль VII. Задачі динамічного програмування**

#### **Тема 18. Загальна характеристика задач динамічного програмування**

Багатокроковий процес прийняття оптимальних рішень. Загальна постановка задачі динамічного програмування, її геометрична інтер-

претація. Метод рекурентних співвідношень. Принцип оптимальності Беллмана.

*Література* [1; 2; 4–12]

### **Тема 19. Основні типи задач динамічного програмування**

Основні типи задач динамічного програмування. Приклади оптимізаційних задач динамічного програмування: заміни обладнання; про розподіл ресурсів; про розподіл капіталовкладень; про мінімізацію витрат пального літаком.

*Література* [1; 2; 4–12]

## **Змістовий модуль VIII. Задачі стохастичного програмування**

### **Тема 20. Загальна постановка задачі стохастичного програмування**

Прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику. Загальна постановка задачі стохастичного програмування та її особливості. Класифікація задач стохастичного програмування.

*Література* [1; 2; 4–8; 12]

### **Тема 21. Методи розв'язання задач стохастичного програмування**

Основні підходи до розв'язання задач стохастичного програмування. Методи розв'язання одно- та двоетапних задач стохастичного програмування.

*Література* [1; 2; 4–8; 12; 15]

## **Змістовий модуль IX. Елементи теорії ігор**

### **Тема 22. Основні поняття теорії ігор**

Матричні ігри двох осіб. Платіжна матриця. Гра в чистих стратегіях. Максимінна та мінімаксна стратегії. Сідлова точка. Змішані стратегії. Критерії вибору рішення. Приклади матричних ігор. Основна теорема теорії ігор.

*Література* [1; 2; 4–8; 14]

### **Тема 23. Процес знаходження розв'язку матричної гри**

Геометрична інтерпретація задач теорії ігор. Зведення задачі гри двох осіб до ЗЛП.

*Література* [1; 2; 4–8; 14]

## **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

1. Що вивчає математичне програмування?
2. Сформулюйте оптимізаційну задачу в загальному вигляді.
3. Що таке цільова функція?
4. Як задаються обмеження задачі?
5. Приклади задач математичного програмування в економіці та менеджменті.
6. Що таке оптимальний план (розв'язок) задачі?
7. Що таке оптимальне значення цільової функції?
8. Класи задач математичного програмування. Як вони визначаються?
9. Економічні приклади ЗЛП.
10. Загальна ЗЛП.
11. Що таке канонічна ЗЛП?
12. Як можна перейти від загальної ЗЛП до канонічної?
13. До яких ЗЛП застосовується графічний метод?
14. Як будується множина допустимих розв'язків ЗЛП?
15. Чи може бути множина розв'язків задачі порожньою?
16. Як визначити оптимальне значення цільової функції, коли побудовано множину розв'язків?
17. Що таке опорний план ЗЛП?
18. Умови оптимальності опорного плану.
19. Ідея симплексного методу. Коли використовується цей метод?
20. Алгоритм симплекс-методу.
21. Метод штучного базису.
22. Запишіть пару взаємно двоїстих симетричних ЗЛП.
23. Чи кожна ЗЛП має двоїсту?
24. За якими правилами будується двоїста задача до вихідної (прямої) задачі?
25. Перша та друга теореми двоїстості.
26. Як можна знайти розв'язок однієї з пари симетричних взаємно двоїстих задач за відомим розв'язком іншої задачі?
27. Економічний зміст прямої та двоїстої задач.
28. Економічний зміст двоїстих оцінок.
29. В яких випадках використовують двоїстий симплекс-метод?
30. Транспортна задача та її математична модель.
31. Умова існування розв'язку транспортної задачі.
32. Як перейти від відкритої моделі транспортної задачі до закритої?

33. Основні методи знаходження опорного плану транспортної задачі.
34. Метод потенціалів розв'язання транспортної задачі.
35. Умова оптимальності опорного плану транспортної задачі.
36. Економічні приклади задач цілочислового програмування.
37. Ідея графічного розв'язання задач цілочислового програмування.
38. Метод Гоморі розв'язання задач цілочислового програмування.
39. Чому виникають нелінійні оптимізаційні економічні задачі?
40. Загальна задача нелінійного програмування.
41. Різновиди задач нелінійного програмування.
42. Відмінності глобальних і локальних екстремумів.
43. Метод множників Лагранжа. Коли він використовується?
44. На чому базується розв'язання задач опуклого програмування?
45. Що таке задачі квадратичного програмування і як вони розв'язуються?
46. Сутність задачі динамічного програмування.
47. Типи задач динамічного програмування.
48. Принцип оптимальності Белмана.
49. Як реалізується принцип оптимальності Белмана при розв'язанні задач динамічного програмування?
50. Приклади задач динамічного програмування. Яка ідея їх розв'язання?
51. Загальна задача стохастичного програмування.
52. Як класифікуються задачі стохастичного програмування?
53. Як можна застосувати задачі стохастичного програмування для оперативного управління та перспективного планування?
54. Як можна застосувати методи лінійного програмування для розв'язання задач стохастичного програмування?
55. Загальна постановка задачі теорії ігор.
56. Економічні приклади ігрових задач.
57. Що таке стратегія?
58. Процес знаходження розв'язку гри.
59. Відмінності чистих і змішаних стратегій матричних ігор.
60. Вибір стратегії в умовах невизначеності.
61. Зміст максимінної і мінімаксної стратегій.
62. Чи завжди існує розв'язок матричних ігор у змішаних стратегіях? Відповідь обґрунтуйте.
63. Основна теорема теорії матричних ігор.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### Основна

1. Акуліч І. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. — М., 1986. — 320 с.
2. Барвінський А. Ф., Олексів І. Я., Крупка З. І. Математичне програмування: Навч. посіб. — Л., 2004. — 448 с.
3. Бузір М. К. Математика для економістів: Посібник. — К.: ВЦ “Академія”, 2003. — 520 с.
4. Вітлінський В. В., Наконечний С. І., Терещенко Т. О. Математичне програмування: Навч.-метод. посіб. — К.: Вид-во КНЕУ, 2006. — 248 с.
5. Жильцов О. Б., Кулян В. Р., Юнькова Е. А. Математичне програмування з елементами інформаційних технологій: Навч. посіб. / За ред. О. О. Юнькової. — К.: МАУП, 2006. — 184 с.
6. Костевич Л. С. Математическое программирование: Информ. технологии оптимальных решений: Учеб. пособие. — Минск, 2003. — 424 с.
7. Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. Математическое программирование. — М., 1976. — 352 с.
8. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій: Навч. посіб. — К., 2004. — 350 с.
9. Вища математика. Ч. 3 / В. П. Лавренчук, Т. І. Готинчан, В. С. Дронь, О. С. Кондур. — Чернівці: Рута, 2002. — 168 с.
10. Математичне програмування / Т. П. Романюк, Т. О. Терещенко, Г. В. Присенко, І. М. Городкова. — К., 1996. — 312 с.

### Додаткова

11. Венцель Е. С. Исследование операций. — М.: Сов. радио, 1972. — 552 с.
12. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. — СПб.: Питер, 2000. — 208 с.
13. Математика в экономике: Учеб.-метод. пособие для вузов / Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. — М.: Финстатинформ, 1999. — 96 с.
14. Оуэн Г. Теория игр. — М.: Мир, 1971. — 230 с.
15. Плис А. И., Сливина Н. А. МАТНСАД: математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 1999. — 656 с.

## ***ЗМІСТ***

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Математичне програмування” .....	5
Зміст дисципліни “Математичне програмування” .....	6
Питання для самоконтролю .....	11
Список літератури .....	13

Відповідальний за випуск *А. Д. Вегеренко*  
Редактор *О. В. Лебідь*  
Комп’ютерне верстання *М. М. Соколовська, О. М. Бабаєва*

Зам. № ВКЦ-3219

Формат 60 84/16. Папір офсетний.  
Друк ротатійний трафаретний.  
Наклад 50 пр.

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП

ДП «Видавничий дім «Персонал»

03039 Київ-39, просп. Червонозоряний, 119, літ. ХХ

*Свідоцтво про внесення до Державного реєстру  
суб’єктів видавничої справи ДК № 3262 від 26.08.2008*

Надруковано в друкарні ДП «Видавничий дім «Персонал»