

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
ЩОДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ
з дисципліни
“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ
У ПСИХОЛОГІЇ”
(для бакалаврів)**

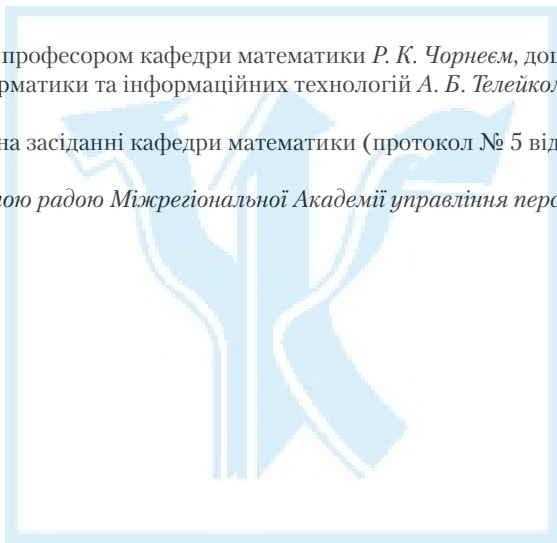
МАУП

Київ 2008

Підготовлено професором кафедри математики *Р. К. Чорнеєм*, доцентом кафедри інформатики та інформаційних технологій *А. Б. Телейком*

Затверджено на засіданні кафедри математики (протокол № 5 від 31.01.07)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом



Телейко А. Б., Чорней Р. К. Методичні рекомендації щодо виконання контрольної роботи з дисципліни “Математичні методи у психології” (для бакалаврів). — К.: МАУП, 2008. — 46 с.

Методичні рекомендації містять пояснювальну записку, теоретичні питання для контрольної роботи, задачі для контрольної роботи, приклади розв’язання задач, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія
управління персоналом (МАУП),
2008

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Контрольна робота складається з двох теоретичних питань і двох задач. Номери теоретичних питань студенти вибирають за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (див. таблицю).

| Остання цифра номера залікової книжки студента | Номери теоретичних питань |
|--|---------------------------|
| 1 | 1, 11 |
| 2 | 2, 12 |
| 3 | 3, 13 |
| 4 | 4, 14 |
| 5 | 5, 15 |
| 6 | 6, 16 |
| 7 | 7, 17 |
| 8 | 8, 18 |
| 9 | 9, 19 |
| 0 | 10, 20 |

Для кожної практичної задачі подано 10 варіантів даних. Номер варіанта задачі студенти вибирають за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (цифрі “0” відповідає варіант 10).

Контрольну роботу студенти виконують у зошиті або на аркушах паперу формату А4 з полями для зауважень викладача. При виконанні кожної задачі необхідно вказати її номер і переписати умову. Розв’язання задачі обов’язково потрібно супроводжувати поясненнями. У розрахунках слід використовувати правила наближених обчислень.

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

1. Шкали вимірювання.
2. Усереднені показники та міри розсіювання. Їх порівняльний аналіз.
3. Форми емпіричних розподілів.
4. Спеціальні розподіли: t -розподіли Стьюдента, χ^2 -розподіли Колмогорова, F -розподіли Фішера.
5. Аналіз генеральної сукупності: точкові та інтервальні оцінки, перевірка гіпотез.
6. Процедура вибірки: мета вибіркового дослідження, види вибірок, випадкові вибірки, методи формування випадкових вибірок.

7. Вибіркові розподіли: розподіл вибіркового середнього; спеціальні вибіркові розподіли.
8. Точкові оцінки та їх властивості: лінійність, незміщеність, ефективність, BLUE-оцінки, змістовність. Найуживаніші точкові оцінки.
9. Інтервальні оцінки генерального середнього при відомому та невідомому стандартних відхиленнях, інтервальні оцінки різниці генеральних середніх. Інтервальні оцінки генерального стандартного відхилення.
10. Інтервальні оцінки генеральної пропорції, інтервальні оцінки різниці генеральних пропорцій, мінімальний розмір вибірки, інтервальні оцінки для випадку малих вибірок.
11. Q -критерій Розенбаума, U -критерій Манна – Вітні, їх застосування та обмеження.
12. ϕ^* -критерій (кутове перетворення Фішера), його застосування та обмеження.
13. S -критерій тенденцій Джонкіра, H -критерій Крускала – Волліса, їх застосування та обмеження.
14. G -критерій знаків, T -критерій Відкоксона, їх застосування та обмеження.
15. c_r^2 -критерій Фрідмана, L -критерій тенденцій Пейджа, їх застосування та обмеження.
16. χ^2 -критерій Пірсона, його застосування та обмеження.
17. λ -критерій Колмогорова – Смирнова, m -біноміальний критерій, їх застосування та обмеження.
18. Коефіцієнт рангової кореляції r_s Спірмена.
19. Однофакторний дисперсійний аналіз.
20. Двофакторний дисперсійний аналіз.

ЗАДАЧІ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Задача 1

У групі з 50 випадково вибраних індивідуумів (молодь віком від 17 до 28 років, кияни) проводилось вимірювання за ознакою X (рівень цілеспрямованості), яка вимірюється за 10-бальною шкалою. Дані дослідження наведені в таблиці.

Вариант 1

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|----|--------|---|--------|----|--------|---|--------|----|
| 1 | 0 | 11 | 5 | 21 | 7 | 31 | 7 | 41 | 8 |
| 2 | 9 | 12 | 9 | 22 | 6 | 32 | 6 | 42 | 8 |
| 3 | 6 | 13 | 7 | 23 | 10 | 33 | 5 | 43 | 6 |
| 4 | 8 | 14 | 7 | 24 | 9 | 34 | 7 | 44 | 7 |
| 5 | 8 | 15 | 1 | 25 | 8 | 35 | 6 | 45 | 8 |
| 6 | 10 | 16 | 5 | 26 | 8 | 36 | 7 | 46 | 6 |
| 7 | 8 | 17 | 6 | 27 | 5 | 37 | 2 | 47 | 8 |
| 8 | 7 | 18 | 7 | 28 | 7 | 38 | 7 | 48 | 6 |
| 9 | 8 | 19 | 6 | 29 | 8 | 39 | 4 | 49 | 7 |
| 10 | 10 | 20 | 2 | 30 | 4 | 40 | 7 | 50 | 10 |

Вариант 2

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|---|--------|---|--------|---|--------|---|--------|---|
| 1 | 8 | 11 | 7 | 21 | 8 | 31 | 4 | 41 | 9 |
| 2 | 5 | 12 | 7 | 22 | 7 | 32 | 8 | 42 | 7 |
| 3 | 8 | 13 | 7 | 23 | 4 | 33 | 6 | 43 | 6 |
| 4 | 7 | 14 | 8 | 24 | 7 | 34 | 2 | 44 | 7 |
| 5 | 3 | 15 | 8 | 25 | 6 | 35 | 7 | 45 | 8 |
| 6 | 7 | 16 | 7 | 26 | 7 | 36 | 8 | 46 | 9 |
| 7 | 7 | 17 | 6 | 27 | 9 | 37 | 8 | 47 | 8 |
| 8 | 9 | 18 | 6 | 28 | 6 | 38 | 6 | 48 | 8 |
| 9 | 5 | 19 | 5 | 29 | 6 | 39 | 3 | 49 | 2 |
| 10 | 7 | 20 | 8 | 30 | 7 | 40 | 5 | 50 | 8 |

Вариант 3

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|---|--------|----|--------|----|--------|---|--------|---|
| 1 | 8 | 11 | 8 | 21 | 6 | 31 | 4 | 41 | 6 |
| 2 | 6 | 12 | 10 | 22 | 5 | 32 | 8 | 42 | 8 |
| 3 | 5 | 13 | 6 | 23 | 1 | 33 | 2 | 43 | 6 |
| 4 | 7 | 14 | 2 | 24 | 6 | 34 | 6 | 44 | 8 |
| 5 | 6 | 15 | 6 | 25 | 5 | 35 | 7 | 45 | 6 |
| 6 | 6 | 16 | 4 | 26 | 7 | 36 | 5 | 46 | 7 |
| 7 | 7 | 17 | 8 | 27 | 10 | 37 | 8 | 47 | 8 |
| 8 | 6 | 18 | 10 | 28 | 5 | 38 | 8 | 48 | 4 |
| 9 | 6 | 19 | 6 | 29 | 5 | 39 | 7 | 49 | 4 |
| 10 | 7 | 20 | 7 | 30 | 8 | 40 | 2 | 50 | 9 |

Варіант 4

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|---|--------|---|--------|---|--------|----|--------|---|
| 1 | 8 | 11 | 5 | 21 | 5 | 31 | 6 | 41 | 6 |
| 2 | 7 | 12 | 7 | 22 | 8 | 32 | 10 | 42 | 9 |
| 3 | 8 | 13 | 8 | 23 | 9 | 33 | 7 | 43 | 6 |
| 4 | 8 | 14 | 6 | 24 | 9 | 34 | 7 | 44 | 8 |
| 5 | 8 | 15 | 5 | 25 | 8 | 35 | 9 | 45 | 5 |
| 6 | 3 | 16 | 6 | 26 | 4 | 36 | 10 | 46 | 9 |
| 7 | 7 | 17 | 6 | 27 | 7 | 37 | 9 | 47 | 8 |
| 8 | 7 | 18 | 5 | 28 | 6 | 38 | 5 | 48 | 9 |
| 9 | 4 | 19 | 8 | 29 | 7 | 39 | 9 | 49 | 6 |
| 10 | 7 | 20 | 6 | 30 | 8 | 40 | 6 | 50 | 9 |

Варіант 5

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|----|--------|---|--------|----|--------|---|--------|---|
| 1 | 8 | 11 | 7 | 21 | 4 | 31 | 9 | 41 | 6 |
| 2 | 8 | 12 | 6 | 22 | 8 | 32 | 6 | 42 | 5 |
| 3 | 10 | 13 | 7 | 23 | 7 | 33 | 7 | 43 | 5 |
| 4 | 8 | 14 | 6 | 24 | 4 | 34 | 7 | 44 | 7 |
| 5 | 8 | 15 | 6 | 25 | 9 | 35 | 8 | 45 | 9 |
| 6 | 6 | 16 | 8 | 26 | 5 | 36 | 8 | 46 | 5 |
| 7 | 8 | 17 | 7 | 27 | 8 | 37 | 5 | 47 | 6 |
| 8 | 8 | 18 | 4 | 28 | 6 | 38 | 7 | 48 | 6 |
| 9 | 2 | 19 | 7 | 29 | 10 | 39 | 5 | 49 | 7 |
| 10 | 7 | 20 | 7 | 30 | 8 | 40 | 9 | 50 | 7 |

Варіант 6

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|----|--------|----|--------|----|--------|---|--------|----|
| 1 | 10 | 11 | 6 | 21 | 9 | 31 | 9 | 41 | 6 |
| 2 | 8 | 12 | 6 | 22 | 8 | 32 | 6 | 42 | 8 |
| 3 | 8 | 13 | 8 | 23 | 7 | 33 | 6 | 43 | 6 |
| 4 | 3 | 14 | 6 | 24 | 3 | 34 | 7 | 44 | 7 |
| 5 | 7 | 15 | 8 | 25 | 6 | 35 | 1 | 45 | 8 |
| 6 | 8 | 16 | 8 | 26 | 8 | 36 | 9 | 46 | 5 |
| 7 | 8 | 17 | 7 | 27 | 7 | 37 | 7 | 47 | 7 |
| 8 | 8 | 18 | 10 | 28 | 8 | 38 | 7 | 48 | 5 |
| 9 | 8 | 19 | 10 | 29 | 10 | 39 | 7 | 49 | 8 |
| 10 | 7 | 20 | 8 | 30 | 8 | 40 | 7 | 50 | 10 |

Вариант 7

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|---|--------|---|--------|----|--------|---|--------|---|
| 1 | 7 | 11 | 5 | 21 | 8 | 31 | 8 | 41 | 7 |
| 2 | 8 | 12 | 9 | 22 | 10 | 32 | 8 | 42 | 4 |
| 3 | 8 | 13 | 6 | 23 | 9 | 33 | 8 | 43 | 8 |
| 4 | 9 | 14 | 6 | 24 | 9 | 34 | 8 | 44 | 8 |
| 5 | 7 | 15 | 7 | 25 | 9 | 35 | 8 | 45 | 7 |
| 6 | 8 | 16 | 9 | 26 | 10 | 36 | 6 | 46 | 7 |
| 7 | 9 | 17 | 5 | 27 | 8 | 37 | 7 | 47 | 6 |
| 8 | 6 | 18 | 9 | 28 | 7 | 38 | 6 | 48 | 8 |
| 9 | 6 | 19 | 8 | 29 | 8 | 39 | 9 | 49 | 8 |
| 10 | 8 | 20 | 7 | 30 | 6 | 40 | 0 | 50 | 3 |

Вариант 8

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|----|--------|----|--------|----|--------|---|--------|---|
| 1 | 8 | 11 | 10 | 21 | 6 | 31 | 7 | 41 | 7 |
| 2 | 10 | 12 | 8 | 22 | 6 | 32 | 9 | 42 | 6 |
| 3 | 6 | 13 | 6 | 23 | 4 | 33 | 7 | 43 | 9 |
| 4 | 9 | 14 | 8 | 24 | 0 | 34 | 8 | 44 | 7 |
| 5 | 6 | 15 | 7 | 25 | 6 | 35 | 6 | 45 | 7 |
| 6 | 9 | 16 | 7 | 26 | 6 | 36 | 7 | 46 | 9 |
| 7 | 9 | 17 | 8 | 27 | 10 | 37 | 5 | 47 | 7 |
| 8 | 5 | 18 | 6 | 28 | 8 | 38 | 7 | 48 | 7 |
| 9 | 7 | 19 | 8 | 29 | 5 | 39 | 6 | 49 | 8 |
| 10 | 8 | 20 | 7 | 30 | 8 | 40 | 9 | 50 | 6 |

Вариант 9

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|---|--------|---|--------|----|--------|----|--------|---|
| 1 | 6 | 11 | 6 | 21 | 8 | 31 | 7 | 41 | 8 |
| 2 | 6 | 12 | 8 | 22 | 5 | 32 | 10 | 42 | 8 |
| 3 | 6 | 13 | 6 | 23 | 4 | 33 | 8 | 43 | 5 |
| 4 | 6 | 14 | 7 | 24 | 8 | 34 | 8 | 44 | 7 |
| 5 | 6 | 15 | 3 | 25 | 7 | 35 | 5 | 45 | 4 |
| 6 | 6 | 16 | 7 | 26 | 2 | 36 | 5 | 46 | 6 |
| 7 | 8 | 17 | 9 | 27 | 9 | 37 | 0 | 47 | 8 |
| 8 | 7 | 18 | 7 | 28 | 8 | 38 | 8 | 48 | 6 |
| 9 | 5 | 19 | 6 | 29 | 4 | 39 | 8 | 49 | 7 |
| 10 | 8 | 20 | 6 | 30 | 10 | 40 | 6 | 50 | 7 |

Варіант 10

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|---|--------|---|--------|----|--------|---|--------|---|
| 1 | 4 | 11 | 7 | 21 | 6 | 31 | 8 | 41 | 8 |
| 2 | 8 | 12 | 8 | 22 | 8 | 32 | 7 | 42 | 6 |
| 3 | 6 | 13 | 7 | 23 | 10 | 33 | 7 | 43 | 8 |
| 4 | 6 | 14 | 9 | 24 | 6 | 34 | 8 | 44 | 6 |
| 5 | 8 | 15 | 9 | 25 | 9 | 35 | 7 | 45 | 6 |
| 6 | 4 | 16 | 8 | 26 | 7 | 36 | 9 | 46 | 8 |
| 7 | 9 | 17 | 8 | 27 | 8 | 37 | 2 | 47 | 4 |
| 8 | 8 | 18 | 6 | 28 | 7 | 38 | 7 | 48 | 8 |
| 9 | 8 | 19 | 7 | 29 | 7 | 39 | 7 | 49 | 6 |
| 10 | 8 | 20 | 7 | 30 | 8 | 40 | 9 | 50 | 7 |

1. Здійснити статистичний аналіз отриманих даних. Для цього виконати такі дії:

- обчислити емпіричний частотний розподіл ознаки X ;
- обчислити середнє вибіркоче ознаки X ;
- обчислити вибіркоче дисперсію, стандартне відхилення, середнє абсолютне відхилення та виправлене стандартне відхилення ознаки X ;
- побудувати полігон, гістограму та кумуляту частот емпіричного частотного розподілу ознаки X .

2. Високий рівень ознаки X становить 7 балів і більше. Обчислити вибіркочуву пропорцію індивідуумів з високим рівнем ознаки X .

3. Знайти інтервальну оцінку генерального середнього з рівнем довіри 95 %.

4. З рівнем довіри 95 % знайти інтервальну оцінку генеральної пропорції індивідуумів з високим рівнем ознаки X .

5. За допомогою λ -критерію Колмогорова — Смирнова перевірити узгодженість емпіричного частотного розподілу з нормальним.

6. Якщо емпіричний розподіл узгоджений з нормальним (див. п. 5), знайти інтервальну оцінку генерального стандартного відхилення з рівнем довіри 90 %.

Література [5, розд. 2, 5, 6; 6, розд. 12, 13]

Задача 2

Для перевірки дієвості нової безмедикаментозної методики лікування нікотинової залежності було сформовано дві групи: експериментальну (46 індивідуумів-курців) та контрольну (41 індивідуум-ку-

рець). Ці дві групи були утворені так, щоб їх основні характеристики (розподіл за віком, статтю, стажем куріння, професійними ознаками) відрізнялися неістотно. Нова методика застосовувалась протягом трьох місяців в експериментальній групі і не застосовувалася в контрольній. Результати експерименту наведені в таблицях (при цьому нікотинова залежність X оцінювалась за семирівневою шкалою: ДНР — дуже низький, НР — низький, НСР — нижчий від середнього, СР — середній, ВСР — вищий від середнього, ВР — високий, ДВР — дуже високий; у таблицях наведено також дані про стаж S курців: МС — малий (менше трьох років), СС — середній (від трьох до семи років), ВС — великий (від семи до 15 років) та ДВС — дуже великий (понад 15 років).

1. За допомогою χ^2 -критерію Пірсона перевірити, чи узгоджені частотні розподіли X нікотинної залежності в обох групах до експерименту.

2. За допомогою T -критерію Вілкоксона перевірити наявність зсуву рівня X нікотинної залежності в кожній групі після експерименту.

3. Якщо зсуви рівня X нікотинної залежності наявні в обох групах і мають однаковий напрям, порівняти їх за допомогою U -критерію Манна — Вітні.

4. Звести дані про рівень X нікотинної залежності до експерименту в обох групах в одну таблицю. За допомогою r_s -критерію рангової кореляції Спірмена перевірити, чи існує кореляційний зв'язок між стажем S куріння та рівнем X нікотинної залежності.

5. Якщо за результатами аналізу пп. 2 та 3 виявиться ефективність нової безмедикаментозної методики лікування нікотинної залежності, поділити експериментальну групу на підгрупи за стажем S куріння та перевірити наявність зсуву для кожної підгрупи.

Варіант 1

Експериментальна група

| № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|-----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | СС | СР | НР | НС | 13 | ВС | НС | НР | 25 | ДВС | ВС | СР | НС | НС |
| 2 | ВС | СР | НС | ВС | 14 | ВС | ВР | ВС | 26 | ВС | ДВР | ДВР | СС | ДНР |
| 3 | СС | НС | ДНР | 15 | СС | СР | СР | 27 | МС | НС | ДНР | 39 | СС | НР |
| 4 | ВС | ВР | ВС | 16 | СС | ВР | ВС | 28 | ВС | СР | НР | 40 | ДВС | СР |
| 5 | ВС | ВР | СР | 17 | ВС | СР | НР | 29 | СС | НС | ДНР | 41 | ДВС | СР |
| 6 | СС | НС | НР | 18 | ВС | ВС | ВС | 30 | ВС | СР | НР | 42 | СС | НС |
| 7 | ВС | ВС | СР | 19 | МС | СР | НС | 31 | ДВС | НР | ДНР | 43 | СС | НС |
| 8 | ВС | ДВР | ДВР | 20 | ВС | ВС | ВС | 32 | СС | НР | ДНР | 44 | ВС | СР |
| 9 | ДВС | ДВР | ВР | 21 | ВС | НР | ДНР | 33 | ДВС | ВС | НС | 45 | ВС | ВС |
| 10 | МС | НР | ДНР | 22 | ДВС | ДВР | СР | 34 | ВС | НС | НС | 46 | МС | СР |
| 11 | СС | СР | СР | 23 | СС | ДНР | ДНР | 35 | ВС | СР | ВС | | | |
| 12 | ВС | ВР | СР | 24 | МС | НР | НР | 36 | ВС | ВР | ВР | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | СС | ВР | ВС | 12 | СС | НС | НР | 23 | СС | НС | НР | 34 | МС | СР |
| 2 | ВС | ДВР | ДВР | 13 | МС | НС | НР | 24 | СС | СР | НС | 35 | ДВС | СР |
| 3 | СС | НС | НС | 14 | МС | НР | НР | 25 | ВС | ВР | ВР | 36 | ВС | НС |
| 4 | СС | НС | НС | 15 | ВС | ДВР | ВР | 26 | ДВС | СР | НС | 37 | ВС | СР |
| 5 | МС | НС | НР | 16 | СС | СР | НР | 27 | СС | НР | ДНР | 38 | МС | СР |
| 6 | МС | ВС | ВС | 17 | СС | ВС | ВС | 28 | МС | НС | НР | 39 | СС | СР |
| 7 | ДВС | ВС | СР | 18 | СС | НР | ДНР | 29 | МС | СР | ВС | 40 | СС | НР |
| 8 | ДВС | ВР | ВС | 19 | МС | НС | ДНР | 30 | ВС | НС | НР | 41 | ВС | НС |
| 9 | СС | НР | ДНР | 20 | ВС | ВС | НС | 31 | МС | НР | ДНР | | | |
| 10 | СС | НР | ДНР | 21 | СС | НС | НС | 32 | ДВС | ВР | ВС | | | |
| 11 | СС | НР | ДНР | 22 | ВС | ВС | ДВР | 33 | ДВС | ВС | ВС | | | |

Варіант 2

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----|-----------------|--------------------|----------|-----------------|--------------------|----------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----|
| | Рівень X | Рівень X | | | Рівень X | Рівень X | | | Рівень X | Рівень X | | | Рівень X | Рівень X | |
| | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | |
| 1 | МС | СР | СР | 13 | ВС | ВС | СР | 25 | СС | НР | ДНР | 37 | МС | НС | НР |
| 2 | СС | НС | НС | 14 | ВС | СР | НС | 26 | ВС | ДВР | ДВР | 38 | СС | НР | ДНР |
| 3 | СС | НР | ДНР | 15 | СС | НС | НР | 27 | ДВС | ВС | ВР | 39 | МС | НР | ДНР |
| 4 | ДВС | ВС | НР | 16 | ВС | СР | НР | 28 | МС | СР | НС | 40 | СС | НС | ДНР |
| 5 | СС | НС | НР | 17 | СС | НС | НС | 29 | ВС | ВС | ВС | 41 | ВС | ДВР | ДВР |
| 6 | ДВС | ДВР | ВР | 18 | МС | НС | СР | 30 | ВС | ВР | ВР | 42 | СС | ВС | ВС |
| 7 | СС | ДНР | ДНР | 19 | СС | НС | НС | 31 | ВС | СР | ДНР | 43 | ДВС | ВР | ВР |
| 8 | ВС | ДВР | ВР | 20 | ВС | ВР | ВР | 32 | ДВС | ДВР | ДВР | 44 | ВС | ДВР | ДВР |
| 9 | МС | СР | СР | 21 | ВС | НС | ДНР | 33 | СС | НС | НС | 45 | ДВС | ВС | ВР |
| 10 | СС | ВР | ВС | 22 | ВС | ВР | СР | 34 | ВС | ДНР | ДНР | 46 | СС | НР | ДНР |
| 11 | МС | НР | НР | 23 | ДВС | СР | СР | 35 | ВС | ВС | ВС | | | | |
| 12 | СС | НС | НС | 24 | ДВС | ДВР | ВР | 36 | ДВС | СР | НР | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----|-----------------|--------------------|----------|-----------------|--------------------|----------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----|
| | Рівень X | Рівень X | | | Рівень X | Рівень X | | | Рівень X | Рівень X | | | Рівень X | Рівень X | |
| | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | |
| 1 | ВС | ДВР | ВР | 12 | ВС | ДВР | ВР | 23 | ВС | ВС | НС | 34 | МС | ДНР | ДНР |
| 2 | ВС | ВС | СР | 13 | МС | НС | НС | 24 | МС | ВС | СР | 35 | ВС | ВР | ВС |
| 3 | СС | ВС | СР | 14 | ВС | СР | НС | 25 | МС | ДНР | ДНР | 36 | СС | СР | СР |
| 4 | СС | СР | НР | 15 | СС | СР | НС | 26 | ДВС | СР | НС | 37 | СС | НС | НС |
| 5 | СС | НС | НС | 16 | ДВС | ВР | ВР | 27 | ВС | НС | НР | 38 | ДВС | СР | СР |
| 6 | МС | ДНР | ДНР | 17 | ВС | ВС | ВС | 28 | ДВС | ВР | ВР | 39 | МС | ДНР | ДНР |
| 7 | МС | ВС | СР | 18 | МС | НС | НР | 29 | ВС | ВС | ДВР | 40 | ВС | СР | НС |
| 8 | ВС | СР | СР | 19 | СС | ВР | ВР | 30 | ДВС | ВС | ВС | 41 | ДВС | ВС | СР |
| 9 | ДВС | НС | НР | 20 | ДВС | ВС | СР | 31 | ДВС | ВС | СР | | | | |
| 10 | ДВС | ВС | НС | 21 | ВС | ВР | ВР | 32 | МС | НР | ДНР | | | | |
| 11 | СС | СР | НС | 22 | ВС | НС | НС | 33 | ДВС | ДВР | ДВР | | | | |

Варіант 3

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|--|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | МС | НС | НС | НС | 13 | ВС | ВР | ВР | 25 | СС | ДВР | ВР | 37 | ДВС | СР | НР | | | |
| 2 | ВС | ДНР | ДНР | ДНР | 14 | ДВС | СР | СР | 26 | СС | НС | НС | 38 | ВС | ВС | ВС | | | |
| 3 | МС | СР | НР | НР | 15 | СС | СР | НР | 27 | СС | ВС | ВС | 39 | СС | ВС | ВС | | | |
| 4 | ВС | НС | НР | НР | 16 | СС | ДВР | ВС | 28 | СС | СР | НР | 40 | МС | ДНР | ДНР | | | |
| 5 | СС | НС | ДНР | ДНР | 17 | МС | ДНР | ДНР | 29 | ВС | НС | НС | 41 | МС | НР | ДНР | | | |
| 6 | МС | НС | НС | НС | 18 | МС | НР | ДНР | 30 | МС | ДВР | ВР | 42 | ДВС | НР | НР | | | |
| 7 | ВС | ВС | НС | НС | 19 | ВС | ВР | НС | 31 | СС | СР | НР | 43 | СС | НР | ДНР | | | |
| 8 | ДВС | НС | НС | НС | 20 | СС | НС | ДНР | 32 | ВС | ВС | НС | 44 | МС | ДНР | ДНР | | | |
| 9 | ВС | ВС | СР | СР | 21 | МС | НР | НР | 33 | ДВС | ВС | НС | 45 | ДВС | НС | НС | | | |
| 10 | МС | ВС | НС | НС | 22 | ВС | ДВР | ВР | 34 | СС | СР | ДНР | 46 | МС | НС | НС | | | |
| 11 | ВС | ВС | ВС | ВС | 23 | МС | НС | НС | 35 | СС | НР | ДНР | | | | | | | |
| 12 | МС | НС | НР | НР | 24 | СС | СР | СР | 36 | СС | ВС | СР | | | | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|--|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | ВС | ДВР | ВР | ВР | 12 | СС | СР | СР | 23 | ВС | ВР | ДВР | 34 | СС | ВС | ВС | | | |
| 2 | ВС | ВС | СР | СР | 13 | ВС | ВР | ВС | 24 | СС | СР | ВР | 35 | МС | НР | ДНР | | | |
| 3 | МС | ДВР | ВР | ВР | 14 | ДВС | ДВР | ВР | 25 | СС | СР | НС | 36 | ДВС | ДВР | ВР | | | |
| 4 | ДВС | ДВР | ВС | ВС | 15 | ДВС | ВС | СР | 26 | СС | НР | ДНР | 37 | СС | ВС | ВС | | | |
| 5 | СС | ВР | ВС | ВС | 16 | МС | НР | ДНР | 27 | МС | НС | ДНР | 38 | СС | ДВР | ДВР | | | |
| 6 | ВС | СР | СР | СР | 17 | СС | НС | НС | 28 | МС | ВР | ДВР | 39 | ВС | СР | НС | | | |
| 7 | СС | НР | ДНР | ДНР | 18 | СС | НР | НС | 29 | СС | НС | НС | 40 | ВС | ВР | ВС | | | |
| 8 | ВС | СР | НР | НР | 19 | СС | СР | НР | 30 | ВС | СР | СР | 41 | ДВС | ВС | ВС | | | |
| 9 | СС | СР | НС | НС | 20 | ВС | ВС | ДВР | 31 | СС | НР | ДНР | | | | | | | |
| 10 | СС | СР | СР | СР | 21 | СС | ДВР | ВР | 32 | ДВС | НС | НР | | | | | | | |
| 11 | СС | ДНР | НС | НС | 22 | ВС | ВС | СР | 33 | ВС | ДВР | ДВР | | | | | | | |

Варіант 4

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|----------------|-----|-----------------|--------------------|--------|----------------|-----|--------|----------------|-----|-----------------|--------------------|--------|----------------|-----|-----------------|--------------------|
| | | | до експерименту | після експерименту | | | | | | | до експерименту | після експерименту | | | | до експерименту | після експерименту |
| 1 | СС | НС | НР | 13 | СС | ВР | ВР | 25 | ДВС | ДВР | ВР | 37 | ВС | НР | ДНР | | |
| 2 | ВС | ВС | НР | 14 | СС | СР | СР | 26 | ДВС | ВС | СР | 38 | ВС | ДВР | ВР | | |
| 3 | ДВС | ВР | СР | 15 | ВС | НС | НР | 27 | СС | СР | ДНР | 39 | ВС | СР | НР | | |
| 4 | ВС | СР | НС | 16 | МС | ДВР | ВС | 28 | ДВС | ДВР | ДВР | 40 | СС | СР | СР | | |
| 5 | ВС | НР | ДНР | 17 | СС | ВС | СР | 29 | СС | СР | НС | 41 | ВС | НС | ДНР | | |
| 6 | МС | НС | НС | 18 | СС | НС | НР | 30 | МС | НС | НР | 42 | СС | ВР | ВС | | |
| 7 | МС | НС | ДНР | 19 | СС | СР | НС | 31 | ДВС | ВС | НС | 43 | СС | СР | ДНР | | |
| 8 | СС | НР | ДНР | 20 | ДВС | СР | НР | 32 | ДВС | ВР | ВР | 44 | ВС | НР | ДНР | | |
| 9 | ВС | ДВР | ВС | 21 | ВС | НС | ДНР | 33 | ДВС | ВР | НС | 45 | МС | НС | НС | | |
| 10 | СС | НР | НР | 22 | СС | НР | ДНР | 34 | СС | НР | ДНР | 46 | МС | НС | НР | | |
| 11 | ВС | ДВР | ВС | 23 | СС | СР | НР | 35 | ДВС | ВС | СР | | | | | | |
| 12 | СС | ДВР | ДВР | 24 | ВС | ВС | СР | 36 | МС | ВР | СР | | | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|----------------|-----|-----------------|--------------------|--------|----------------|-----|--------|----------------|-----|-----------------|--------------------|--------|----------------|----|-----------------|--------------------|
| | | | до експерименту | після експерименту | | | | | | | до експерименту | після експерименту | | | | до експерименту | після експерименту |
| 1 | МС | ДНР | ДНР | 12 | СС | НС | НС | 23 | СС | НР | НР | 34 | МС | НР | НР | | |
| 2 | ДВС | ВР | СР | 13 | МС | НР | ДНР | 24 | СС | ДВР | ВС | 35 | ВС | НС | СР | | |
| 3 | ДВС | ДВР | ДВР | 14 | ВС | ВС | НР | 25 | ВС | ВС | ВС | 36 | ДВС | СР | НС | | |
| 4 | ДВС | ВС | ВС | 15 | ДВС | НР | НР | 26 | МС | ДНР | ДНР | 37 | СС | ВС | СР | | |
| 5 | МС | ДНР | ДНР | 16 | МС | НС | НР | 27 | ДВС | ВС | НС | 38 | СС | НС | НС | | |
| 6 | ВС | СР | ВР | 17 | ВС | СР | ВС | 28 | ВС | СР | ВС | 39 | СС | НР | НР | | |
| 7 | МС | СР | НС | 18 | СС | НР | ДНР | 29 | ВС | ВС | СР | 40 | МС | НС | НР | | |
| 8 | ВС | СР | НС | 19 | ВС | ДВР | ВР | 30 | ВС | ВС | ВС | 41 | ВС | ВС | СР | | |
| 9 | ВС | ВС | СР | 20 | МС | НС | НС | 31 | ВС | ДВР | ДВР | | | | | | |
| 10 | СС | НР | ДНР | 21 | ВС | ВС | ВС | 32 | МС | НС | СР | | | | | | |
| 11 | ДВС | НР | НР | 22 | СС | НС | НС | 33 | СС | НС | ДНР | | | | | | |

Варіант 5

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|
| | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | |
| 1 | СС | СР | ДНР | 13 | ДВС | ВС | ВС | 25 | ВС | СР | СР | 37 | ДВС | ВР | ВР |
| 2 | СС | НР | ДНР | 14 | СС | НС | ДНР | 26 | ВС | ВС | СР | 38 | ВС | ДВР | СР |
| 3 | СС | СР | СР | 15 | МС | НР | НР | 27 | ДВС | ВС | ВР | 39 | СС | СР | СР |
| 4 | СС | СР | НР | 16 | ВС | СР | НР | 28 | ВС | ВР | ВР | 40 | ВС | ДВР | ДВР |
| 5 | ДВС | ВС | СР | 17 | ВС | СР | НС | 29 | СС | НС | ДНР | 41 | МС | НР | ДНР |
| 6 | СС | СР | СР | 18 | ВС | ДВР | ВС | 30 | ДВС | СР | НС | 42 | ВС | ДВР | СР |
| 7 | СС | НС | ДНР | 19 | ДВС | НС | ДНР | 31 | ВС | НС | НС | 43 | ВС | ВС | НС |
| 8 | МС | НР | СР | 20 | ВС | ДВР | ВС | 32 | ВС | ДВР | ВР | 44 | СС | НС | ДНР |
| 9 | ВС | ВР | ВС | 21 | СС | НР | НР | 33 | СС | ВР | ВС | 45 | МС | НС | НС |
| 10 | СС | СР | ВС | 22 | СС | СР | ВС | 34 | МС | ДНР | НР | 46 | СС | СР | НР |
| 11 | СС | ДВР | ВР | 23 | СС | НС | ДНР | 35 | ВС | ВС | ВС | | | | |
| 12 | ДВС | СР | НС | 24 | МС | НС | НС | 36 | СС | СР | НС | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|
| | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | |
| 1 | ВС | СР | СР | 12 | МС | НС | НС | 23 | ВС | ДВР | ВР | 34 | СС | НС | НС |
| 2 | МС | НС | НС | 13 | МС | НР | ДНР | 24 | СС | СР | НС | 35 | ДВС | ДВР | ДВР |
| 3 | СС | ВС | ВС | 14 | ДВС | НС | СР | 25 | МС | СР | НС | 36 | ВС | ВС | СР |
| 4 | ВС | ВС | СР | 15 | СС | ВС | ВС | 26 | ВС | СР | СР | 37 | ВС | ВР | СР |
| 5 | ВС | СР | ДНР | 16 | ВС | СР | НР | 27 | СС | ВС | НС | 38 | ВС | ВС | НС |
| 6 | СС | ВС | ВС | 17 | ВС | ДВР | ВР | 28 | СС | НР | ДНР | 39 | МС | НР | ДНР |
| 7 | ВС | СР | НС | 18 | СС | ВС | ВС | 29 | ДВС | ВР | ВР | 40 | ВС | ДНР | ДНР |
| 8 | ВС | СР | СР | 19 | ДВС | СР | НС | 30 | СС | ВС | ВС | 41 | СС | НР | НР |
| 9 | СС | НС | НР | 20 | ВС | СР | НС | 31 | ВС | ВР | ВР | | | | |
| 10 | ВС | СР | НР | 21 | ДВС | ВР | ДВР | 32 | ДВС | ВР | ВС | | | | |
| 11 | МС | ВС | ВС | 22 | СС | ВС | ВС | 33 | МС | СР | СР | | | | |

Варіант 6

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----|--------|-----------------|--------------------|-----|--------|-----------------|--------------------|-----|--------|-----------------|--------------------|-----|
| | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | |
| 1 | BC | BC | HC | 13 | MC | CP | HP | 25 | BC | HC | CP | 37 | MC | HP | DHP |
| 2 | CC | HC | HP | 14 | BC | HC | HP | 26 | BC | DVP | DVP | 38 | MC | DVP | BP |
| 3 | DVC | DVP | DVP | 15 | MC | HP | DHP | 27 | BC | DVP | DVP | 39 | CC | DHP | DHP |
| 4 | CC | HP | DHP | 16 | BC | DHP | DHP | 28 | CC | BC | HP | 40 | CC | HP | DHP |
| 5 | BC | BC | BC | 17 | MC | CP | CP | 29 | CC | BC | CP | 41 | CC | CP | HC |
| 6 | BC | HP | HP | 18 | BC | HC | DHP | 30 | DVC | BC | HP | 42 | CC | CP | CP |
| 7 | MC | HP | DHP | 19 | BC | BP | BC | 31 | CC | HP | DHP | 43 | BC | CP | BC |
| 8 | DVC | HC | HP | 20 | CC | HC | DHP | 32 | BC | CP | HC | 44 | MC | HP | DHP |
| 9 | DVC | BP | BC | 21 | DVC | BC | CP | 33 | MC | DVP | DVP | 45 | BC | DHP | DHP |
| 10 | CC | CP | HC | 22 | BC | HC | HP | 34 | MC | HC | DHP | 46 | BC | HP | HP |
| 11 | DVC | CP | HC | 23 | BC | BP | BP | 35 | CC | BC | BC | | | | |
| 12 | CC | BC | HC | 24 | BC | HC | HP | 36 | MC | HP | DHP | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----|--------|-----------------|--------------------|-----|--------|-----------------|--------------------|-----|--------|-----------------|--------------------|-----|
| | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | |
| 1 | MC | HP | DHP | 12 | MC | HP | DHP | 23 | MC | CP | BP | 34 | DVC | BC | HP |
| 2 | CC | HP | DHP | 13 | CC | HP | HC | 24 | DVC | BC | BC | 35 | BC | HP | DHP |
| 3 | DVC | BP | BC | 14 | CC | HC | HP | 25 | CC | HC | HC | 36 | BC | HP | DHP |
| 4 | DVC | DVP | DVP | 15 | CC | HP | HP | 26 | BC | HP | DHP | 37 | BC | CP | BC |
| 5 | BC | BP | BC | 16 | BC | BP | CP | 27 | DVC | BC | BC | 38 | DVC | CP | BP |
| 6 | BC | BC | CP | 17 | BC | BC | BC | 28 | MC | HP | DHP | 39 | DVC | CP | BC |
| 7 | DVC | CP | HC | 18 | BC | BC | DVP | 29 | MC | HP | HP | 40 | BC | CP | HP |
| 8 | CC | HC | BC | 19 | CC | CP | CP | 30 | DVC | HC | HP | 41 | CC | HC | HC |
| 9 | BC | BC | BC | 20 | CC | HC | CP | 31 | MC | DHP | DHP | | | | |
| 10 | DVC | BP | BP | 21 | BC | CP | CP | 32 | CC | CP | CP | | | | |
| 11 | BC | BP | BC | 22 | DV | BC | CP | 33 | BC | BC | DVP | | | | |

Варіант 7

Експериментальна група

| № пор. | Стаж 5 куріння | | | № пор. | Стаж 5 куріння | | | № пор. | Стаж 5 куріння | | | № пор. | Стаж 5 куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|
| | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | |
| 1 | ДВС | ВС | СР | 13 | МС | СР | НС | 25 | ВС | ВР | ВС | 37 | СС | СР | СР |
| 2 | ВС | НС | СР | 14 | СС | НС | ДНР | 26 | ДВС | СР | НР | 38 | ДВС | СР | ВС |
| 3 | СС | НС | ДНР | 15 | МС | СР | НР | 27 | МС | ВС | СР | 39 | ВС | НС | ДНР |
| 4 | ДВС | ВС | НР | 16 | ДВС | ВР | ВС | 28 | ВС | ВС | ВС | 40 | СС | ВС | ВР |
| 5 | СС | СР | ДНР | 17 | ВС | НС | НР | 29 | СС | НС | НР | 41 | ДВС | ВС | ВС |
| 6 | ВС | ВС | НС | 18 | МС | СР | НС | 30 | ВС | ВР | СР | 42 | ДВС | ДВР | ВС |
| 7 | МС | НР | ДНР | 19 | ВС | ВС | НР | 31 | МС | СР | НС | 43 | ВС | СР | СР |
| 8 | ВС | ВС | НС | 20 | СС | СР | ДНР | 32 | ВС | СР | НР | 44 | СС | НС | ДНР |
| 9 | СС | НР | ДНР | 21 | ВС | ВС | НС | 33 | ВС | СР | ДНР | 45 | ДВС | ВС | НР |
| 10 | ДВС | ДНР | ДНР | 22 | МС | СР | НС | 34 | ВС | НС | ДНР | 46 | МС | СР | НС |
| 11 | МС | СР | НР | 23 | ВС | СР | НС | 35 | МС | СР | НР | | | | |
| 12 | ВС | ВР | ВР | 24 | ВС | ДВР | ДВР | 36 | ВС | ВС | СР | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж 5 куріння | | | № пор. | Стаж 5 куріння | | | № пор. | Стаж 5 куріння | | | № пор. | Стаж 5 куріння | | |
|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|--------|-----------------|--------------------------------|----|--------|-----------------|--------------------------------|-----|
| | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | |
| 1 | МС | НС | НС | 12 | СС | НР | СР | 23 | МС | ВР | ВР | 34 | ДВС | ВР | ВР |
| 2 | СС | СР | НС | 13 | ВС | ВС | ВС | 24 | СС | НС | НС | 35 | СС | СР | НС |
| 3 | ВС | ВС | СР | 14 | ВС | СР | НР | 25 | ВС | СР | СР | 36 | ДВС | ВР | ВС |
| 4 | СС | СР | НС | 15 | ДВС | НС | НС | 26 | ДВС | НС | НС | 37 | ВС | НС | НС |
| 5 | ДВС | ВС | СР | 16 | ВС | ДВР | ДВР | 27 | СС | ВС | ВС | 38 | МС | СР | НС |
| 6 | ДВС | СР | НС | 17 | ВС | СР | НС | 28 | ВС | ВС | ВС | 39 | ДВС | СР | НС |
| 7 | СС | ДВР | ДВР | 18 | МС | СР | СР | 29 | ВС | СР | СР | 40 | ВС | ВС | НС |
| 8 | МС | СР | НС | 19 | СС | СР | НС | 30 | ДВС | ВС | СР | 41 | ДВС | ДВР | ДВР |
| 9 | ДВС | ВС | СР | 20 | СС | НР | НР | 31 | МС | НР | НР | | | | |
| 10 | ВС | НР | ДНР | 21 | ВС | СР | НС | 32 | ВС | ВР | ВР | | | | |
| 11 | МС | ДНР | ДНР | 22 | ДВС | ВС | ВР | 33 | ВС | НС | СР | | | | |

Варіант 8

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|----|-----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | | |
| 1 | МС | НС | НС | 13 | ВС | ВС | СР | 25 | МС | ВС | ВС | 37 | МС | СР | СР |
| 2 | СС | НР | ДНР | 14 | ДВС | ВС | СР | 26 | ВС | ВС | ВС | 38 | СС | НС | ДНР |
| 3 | ВС | ДВР | ДВР | 15 | МС | НС | НС | 27 | МС | СР | ВС | 39 | ДВС | ВС | СР |
| 4 | МС | НР | НС | 16 | ВС | ВС | НС | 28 | МС | НР | НР | 40 | ДВС | ВС | ВС |
| 5 | ДВС | ДВР | ДВР | 17 | ДВС | ВР | СР | 29 | МС | СР | ДНР | 41 | ДВС | НС | ДНР |
| 6 | ДВС | НР | ДНР | 18 | СС | ВС | НС | 30 | МС | НР | НР | 42 | СС | НС | НР |
| 7 | ВС | ВС | СР | 19 | СС | НР | ДНР | 31 | ДВС | СР | НР | 43 | МС | НС | НР |
| 8 | СС | ВС | НР | 20 | ДВС | НС | НР | 32 | ВС | ДВР | ДВР | 44 | МС | СР | ДНР |
| 9 | МС | СР | НС | 21 | СС | НС | НС | 33 | ДВС | ДВР | ВС | 45 | ДВС | НС | НР |
| 10 | СС | СР | НР | 22 | ВС | НС | НР | 34 | МС | ВС | ВС | 46 | СС | НС | НС |
| 11 | ВС | ДНР | ДНР | 23 | СС | НС | ДНР | 35 | МС | СР | НС | | | | |
| 12 | СС | НС | НР | 24 | ДВС | ВС | СР | 36 | ВС | ВР | СР | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|----|-----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | | |
| 1 | СС | НС | НР | 12 | СС | СР | НС | 23 | ВС | ВР | ВС | 34 | СС | ВС | СР |
| 2 | МС | ВС | СР | 13 | МС | ВС | НС | 24 | ВС | ДВР | ДВР | 35 | МС | ВС | ВС |
| 3 | МС | СР | НС | 14 | ВС | СР | НС | 25 | МС | СР | НС | 36 | МС | НС | НР |
| 4 | ВС | ВР | ВС | 15 | СС | СР | НС | 26 | СС | НР | НР | 37 | ВС | НС | ДНР |
| 5 | ВС | ВР | ВС | 16 | СС | ВС | НС | 27 | МС | НР | ДНР | 38 | ВС | ВС | ВС |
| 6 | СС | НР | НР | 17 | МС | СР | НС | 28 | ДВС | ДВР | СР | 39 | ВС | ВС | ВС |
| 7 | ВС | СР | НС | 18 | МС | НР | НР | 29 | МС | ВР | ДВР | 40 | ВС | НС | НС |
| 8 | СС | НР | ДНР | 19 | ВС | ДВР | ДВР | 30 | ВС | ВР | ВС | 41 | МС | НС | ДНР |
| 9 | ВС | ВС | ВС | 20 | СС | СР | СР | 31 | ВС | НС | НС | | | | |
| 10 | ДВС | НР | ДНР | 21 | СС | НР | НР | 32 | ДВС | ВС | ВС | | | | |
| 11 | ДВС | ВС | СР | 22 | ДВС | ВС | СР | 33 | ВС | ВР | ВС | | | | |

Варіант 9

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|-----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | ДВС | НР | НР | НР | 13 | СС | ДВР | ДВР | ДВР | 25 | ВС | ВР | СР | СР | 37 | СС | ВР | ВС | ВС |
| 2 | МС | НР | ДНР | ДНР | 14 | МС | НС | ДНР | ДНР | 26 | МС | СР | НС | НС | 38 | СС | ВР | ВС | НС |
| 3 | ДВС | ВС | ВС | ВС | 15 | ВС | СР | СР | СР | 27 | СС | СР | НС | НС | 39 | СС | ВС | НС | НС |
| 4 | ДВС | ДВР | ВР | ВР | 16 | СС | СР | СР | СР | 28 | ВС | ДНР | ДНР | ДНР | 40 | МС | ДВР | ВР | ВС |
| 5 | ВС | НС | НС | НС | 17 | СС | ВР | СР | СР | 29 | СС | ДНР | ДНР | ДНР | 41 | ДВС | ДНР | ДНР | ДНР |
| 6 | ВС | ВС | НС | НС | 18 | СС | ВС | ВР | ВР | 30 | ВС | НС | ДНР | ДНР | 42 | МС | НС | НР | НР |
| 7 | СС | НС | СР | СР | 19 | СС | НС | НР | НР | 31 | СС | НР | ДНР | ДНР | 43 | МС | СР | ДНР | ДНР |
| 8 | МС | ДНР | ДНР | ДНР | 20 | МС | СР | НС | НС | 32 | СС | НС | НС | НС | 44 | СС | ВР | СР | СР |
| 9 | СС | НС | ДНР | ДНР | 21 | МС | ВС | ВС | ВС | 33 | ВС | ВР | СР | СР | 45 | СС | ВС | ВР | ВР |
| 10 | МС | ВС | ВС | ВС | 22 | ВС | НС | ДНР | ДНР | 34 | СС | ВР | СР | СР | 46 | ВС | НС | ДНР | ДНР |
| 11 | ВС | НР | НР | НР | 23 | ВС | НС | ДНР | ДНР | 35 | СС | НС | ДНР | ДНР | | | | | |
| 12 | СС | ВС | НС | НС | 24 | ВС | НР | НР | НР | 36 | ДВС | НР | ДНР | ДНР | | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | ВС | ВР | ВР | ВР | 12 | ДВС | ДВР | ДВР | ДВР | 23 | МС | ДНР | ДНР | ДНР | 34 | ВС | СР | НС | НС |
| 2 | СС | НС | НР | НР | 13 | ВС | ДВР | ВР | ВР | 24 | СС | ВР | ВР | ВР | 35 | МС | НР | НС | НР |
| 3 | МС | СР | СР | СР | 14 | СС | НР | ДНР | ДНР | 25 | ВС | ВР | ВР | ВР | 36 | МС | НС | НС | НР |
| 4 | ДВС | СР | СР | СР | 15 | МС | ДВР | ДВР | ДВР | 26 | ДВС | ВР | ВС | ВС | 37 | ВС | ДВР | ВР | ВР |
| 5 | ДВС | ВС | СР | СР | 16 | ВС | ВС | ВС | ВС | 27 | ВС | НС | НС | НС | 38 | ВС | НС | НС | НС |
| 6 | ВС | ДВР | ВР | ВР | 17 | МС | НР | НР | НР | 28 | ВС | НР | НР | НР | 39 | МС | ВС | НС | НС |
| 7 | ВС | НС | НР | НР | 18 | ДВС | ДВР | ДВР | ДВР | 29 | ВС | НС | ДНР | ДНР | 40 | СС | СР | СР | СР |
| 8 | МС | НР | НР | НР | 19 | ДВС | ВС | ВС | ВС | 30 | СС | ДНР | ДНР | ДНР | 41 | СС | ВС | НС | НС |
| 9 | ДВС | ВС | СР | СР | 20 | ДВС | СР | ДНР | ДНР | 31 | МС | ВС | НР | НР | | | | | |
| 10 | СС | СР | НС | НС | 21 | СС | ДВР | ВР | ВР | 32 | ВС | НС | ВС | ВС | | | | | |
| 11 | МС | ВС | СР | СР | 22 | МС | НР | ДНР | ДНР | 33 | ДВС | ДВР | ДВР | ДВР | | | | | |

Варіант 10

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|-----------------------------|-----|--------|-----------------|-----------------------------|-----|--------|-----------------|-----------------------------|-----|--------|-----------------|-----------------------------|-----|
| | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | |
| 1 | ДВС | ВР | СР | 13 | ДВС | СР | НС | 25 | ДВС | ВС | НС | 37 | МС | ВР | ДВР |
| 2 | СС | СР | НР | 14 | МС | НР | ДНР | 26 | МС | НС | ДНР | 38 | ВС | СР | НС |
| 3 | МС | ВС | СР | 15 | СС | ВС | СР | 27 | СС | НР | ДНР | 39 | МС | НР | ДНР |
| 4 | ВС | ДВР | ВР | 16 | МС | НР | ДНР | 28 | ВС | ВС | СР | 40 | ДВС | ВС | НС |
| 5 | ДВС | ВС | СР | 17 | ВС | СР | НР | 29 | МС | ВС | НР | 41 | ВС | ВС | СР |
| 6 | ДВС | ВС | ВС | 18 | ВС | СР | НС | 30 | ДВС | ДВР | ВР | 42 | МС | НР | ДНР |
| 7 | ДВС | ДВР | ДВР | 19 | ДВС | ВС | НС | 31 | МС | НР | ДНР | 43 | ДВС | ДВР | ДВР |
| 8 | ВС | ДВР | ВС | 20 | МС | НР | НР | 32 | ДВС | ДВР | ВС | 44 | МС | НР | ДНР |
| 9 | ДВС | ВС | ВР | 21 | ВС | НС | СР | 33 | СС | СР | СР | 45 | ВС | СР | НР |
| 10 | МС | СР | СР | 22 | СС | НС | ДНР | 34 | МС | НС | ДНР | 46 | ДВС | ВС | ВР |
| 11 | ДВС | ДВР | ДВР | 23 | ДВС | СР | СР | 35 | МС | ВС | НР | | | | |
| 12 | ВС | ВС | ВС | 24 | МС | НС | НС | 36 | МС | НС | ДНР | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | | № пор. | Стаж S куріння | | |
|--------|-----------------|-----------------------------|-----|--------|-----------------|-----------------------------|----|--------|-----------------|-----------------------------|-----|--------|-----------------|-----------------------------|-----|
| | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | | | до експерименту | Рівень X після експерименту | |
| 1 | ДВС | ВР | ДВР | 12 | ДВС | ДВР | ВР | 23 | ВС | НС | ДНР | 34 | СС | ВС | ВС |
| 2 | СС | СР | СР | 13 | МС | ВС | ВС | 24 | ВС | ВС | СР | 35 | ДВС | ВС | СР |
| 3 | ВС | ВС | ВС | 14 | ДВС | ДВР | ВР | 25 | МС | ВС | СР | 36 | СС | НС | НР |
| 4 | СС | НС | НР | 15 | ВС | СР | СР | 26 | ВС | СР | СР | 37 | СС | НР | ДНР |
| 5 | ДВС | СР | СР | 16 | МС | НР | НР | 27 | ВС | ВС | СР | 38 | МС | НС | НС |
| 6 | МС | ДНР | ДНР | 17 | СС | СР | НС | 28 | СС | СР | НС | 39 | ДВС | ВР | ВР |
| 7 | СС | НР | ДНР | 18 | ВС | СР | СР | 29 | ВС | НС | НС | 40 | ВС | ДВР | ДВР |
| 8 | ВС | ВР | ВР | 19 | СС | НР | НР | 30 | СС | НС | НР | 41 | СС | НС | НР |
| 9 | МС | СР | ВС | 20 | СС | СР | НС | 31 | ДВС | ВР | СР | | | | |
| 10 | ВС | ВС | ВС | 21 | ВС | ВС | ВС | 32 | СС | НС | НР | | | | |
| 11 | ДВС | СР | НР | 22 | ВС | ВР | ВС | 33 | МС | СР | СР | | | | |

Література [5, розд. 6, 7; 6, розд. 15]

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1

Література [5, розд. 2, 5, 6; 6, розд. 12, 13]

У групі з 50 випадково вибраних індивідуумів (молодь віком від 17 до 28 років, кияни) проводилось вимірювання за ознакою X (рівень цілеспрямованості), яка вимірюється за 10-бальною шкалою. Дані дослідження наведені в таблиці.

| № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X | № пор. | X |
|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|-----|--------|-----|
| 1 | 7 | 11 | 6 | 21 | 6 | 31 | 9 | 41 | 4 |
| 2 | 4 | 12 | 3 | 22 | 6 | 32 | 3 | 42 | 6 |
| 3 | 7 | 13 | 2 | 23 | 9 | 33 | 8 | 43 | 3 |
| 4 | 9 | 14 | 5 | 24 | 7 | 34 | 8 | 44 | 6 |
| 5 | 9 | 15 | 6 | 25 | 7 | 35 | 10 | 45 | 7 |
| 6 | 10 | 16 | 1 | 26 | 6 | 36 | 7 | 46 | 7 |
| 7 | 1 | 17 | 6 | 27 | 10 | 37 | 6 | 47 | 6 |
| 8 | 7 | 18 | 6 | 28 | 8 | 38 | 8 | 48 | 10 |
| 9 | 9 | 19 | 7 | 29 | 10 | 39 | 6 | 49 | 2 |
| 10 | 5 | 20 | 6 | 30 | 6 | 40 | 8 | 50 | 6 |

1. Здійснити статистичний аналіз отриманих даних. Для цього виконати такі дії:

- обчислити емпіричний частотний розподіл ознаки X ;
- обчислити середнє вибіркоче ознаки X ;
- обчислити вибіркочі дисперсію, стандартне відхилення, середнє абсолютне відхилення та виправлене стандартне відхилення ознаки X ;
- побудувати полігон, гістограму та кумуляту частот емпіричного частотного розподілу ознаки X .

2. Високий рівень ознаки X становить 7 балів і більше. Обчислити вибіркочу пропорцію індивідуумів з високим рівнем ознаки X .

3. Знайти інтервальну оцінку генеральної середнього з рівнем довіри 95 %.

4. З рівнем довіри 95 % знайти інтервальну оцінку генеральної пропорції індивідуумів з високим рівнем ознаки X .

5. За допомогою λ -критерію Колмогорова — Смирнова перевірити узгодженість емпіричного частотного розподілу з нормальним.

6. Якщо емпіричний розподіл узгоджений з нормальним (див. п. 5), знайти інтервальну оцінку генерального стандартного відхилення з рівнем довіри 90 %.

Розв'язання

1. Для знаходження емпіричного частотного розподілу ознаки X потрібно просто полічити, скільки разів зустрічається серед даних кожний рівень ознаки (тобто числа 0, 1, ..., 10).

| | | | | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
| Рівень X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Частота n | 0 | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | 15 | 9 | 5 | 5 | 5 |

Для знаходження середнього вибіркового потрібно знайти суму добутків кожного рівня ознаки на його частоту і поділити результат на кількість людей у вибірці. Отримаємо

$$\begin{aligned}\bar{X}_v &= \frac{1}{50} (0 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 15 + 7 \cdot 9 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 5) = \\ &= \frac{321}{50} = 6,42.\end{aligned}$$

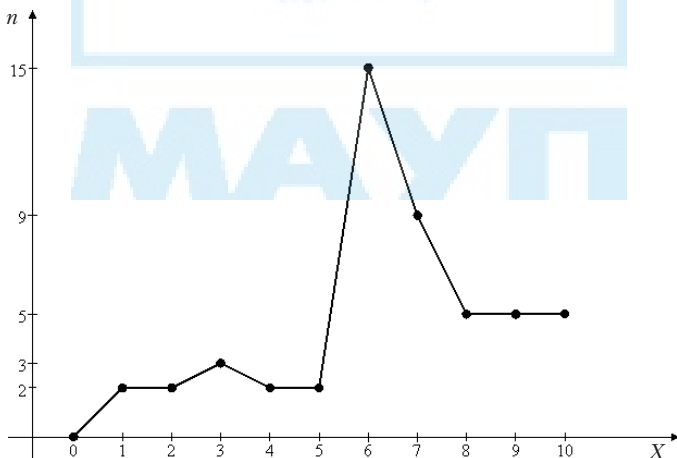
Обчислимо спочатку середнє абсолютне відхилення. Воно дорівнює середньому арифметичному абсолютних значень відхилень рівнів ознаки кожної людини від середнього вибіркового \bar{X}_v . Обчислення виконуємо в таблиці.

| Рівень X | Частота n | $\Delta X = X - \bar{X}_v$ | $ \Delta X $ | $ \Delta X n$ |
|------------------------------|-------------|----------------------------|--------------|---------------------------------|
| 0 | 0 | -6,42 | 6,42 | 0,00 |
| 1 | 2 | -5,42 | 5,42 | 10,84 |
| 2 | 2 | -4,42 | 4,42 | 8,84 |
| 3 | 3 | -3,42 | 3,42 | 10,26 |
| 4 | 2 | -2,42 | 2,42 | 4,84 |
| 5 | 2 | -1,42 | 1,42 | 2,84 |
| 6 | 15 | -0,42 | 0,42 | 6,30 |
| 7 | 9 | +0,58 | 0,58 | 5,22 |
| 8 | 5 | +1,58 | 1,58 | 7,90 |
| 9 | 5 | +2,58 | 2,58 | 12,90 |
| 10 | 5 | +3,58 | 3,58 | 17,90 |
| Сума | | | | 87,84 |
| Середнє абсолютне відхилення | | | | $\frac{87,84}{50} \approx 1,76$ |

Обчислення вибіркової дисперсії D_B , стандартного відхилення σ_B та виправленого стандартного відхилення s (усі обчислення наведені з точністю до двох знаків після коми) так само виконуємо в таблиці.

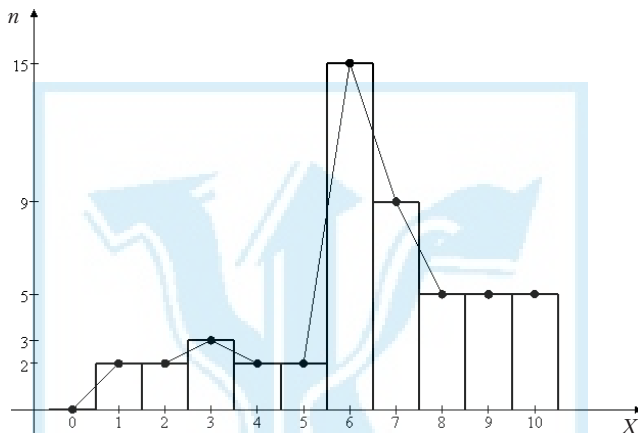
| Рівень X | Частота n | $DX = X - \bar{X}_B$ | ΔX^2 | $\Delta X^2 n$ |
|---|-------------|----------------------|--------------|---|
| 0 | 0 | -6,42 | 41,22 | 0,00 |
| 1 | 2 | -5,42 | 29,38 | 58,75 |
| 2 | 2 | -4,42 | 19,54 | 39,07 |
| 3 | 3 | -3,42 | 11,70 | 35,09 |
| 4 | 2 | -2,42 | 5,86 | 11,71 |
| 5 | 2 | -1,42 | 2,02 | 4,03 |
| 6 | 15 | -0,42 | 0,18 | 2,65 |
| 7 | 9 | +0,58 | 0,34 | 3,03 |
| 8 | 5 | +1,58 | 2,50 | 12,48 |
| 9 | 5 | +2,58 | 6,66 | 33,28 |
| 10 | 5 | +3,58 | 12,82 | 64,08 |
| Сума | | | | 264,18 |
| Дисперсія D_B | | | | $\frac{264,18}{50} \approx 5,28$ |
| Стандартне відхилення $\sigma_B = \sqrt{D_B}$ | | | | $\sqrt{5,28} \approx 2,30$ |
| Виправлене стандартне відхилення s | | | | $\sqrt{\frac{264,18}{50-1}} \approx 2,32$ |

Нагадаємо, що полігон частот — це лінія, яка з'єднає точки (x_i, n_i) , де x_i — значення i -го рівня ознаки; n_i — його частота. Зобразимо полігон частот.



Гістограма частот — це ступінчаста фігура, яка складається з прямокутників, побудованих у такий спосіб. Для кожного рівня x_i ознаки у прямокутній системі координат будується прямокутник висотою n_i , основа якого лежить на осі абсцис так, щоб значення x_i перебувало посередині основи.

Побудуємо гістограму досліджуваного розподілу (для наочності тонкою лінією зобразимо також полігон частот).

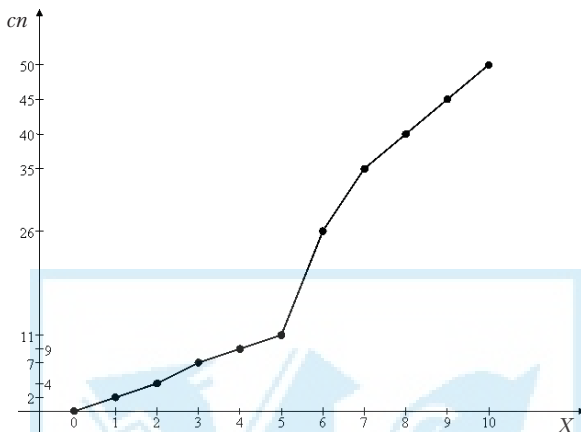


Кумулята частот — це лінія, яка з'єднає точки (x_i, sn_i) , де x_i — значення i -го рівня ознаки; sn_i — накопичена частота рівня. Нагадаємо, що sn_i дорівнює сумі частот рівнів від найменшого до x_i .

Тому обчислимо спочатку накопичені частоти.

| Рівень X | Частота n | Накопичена частота sn |
|------------|-------------|-------------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | $0 + 2 = 2$ |
| 2 | 2 | $2 + 2 = 4$ |
| 3 | 3 | $4 + 3 = 7$ |
| 4 | 2 | $7 + 2 = 9$ |
| 5 | 2 | $9 + 2 = 11$ |
| 6 | 15 | $11 + 15 = 26$ |
| 7 | 9 | $26 + 9 = 35$ |
| 8 | 5 | $35 + 5 = 40$ |
| 9 | 5 | $40 + 5 = 45$ |
| 10 | 5 | $45 + 5 = 50$ |

Побудуємо кумуляту частот.



2. Для того щоб обчислити вибірккову пропорцію осіб з високим рівнем ознаки X , потрібно розрахувати кількість таких осіб у вибірці та розділити на загальну кількість людей у вибірці. Пропорцію можна навести у відсотках.

Отже,

$$P_B = \frac{n_7 + n_8 + n_9 + n_{10}}{50} = \frac{9 + 5 + 5 + 5}{50} = 0,48 = 48\%.$$

3. Інтервальна оцінка генерального середнього μ за даними вибірки:

$$\bar{X}_B - z(k) \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X}_B + z(k) \frac{s}{\sqrt{n}},$$

де $z(k)$ — значення функції Лапласа¹, яке відповідає рівню довіри k ; s — виправлене стандартне відхилення; n — обсяг вибірки.

Отримуємо $z(95\%) = 1,96$, $\bar{X}_B = 6,42$, $s = 2,32$, $n = 50$ (див. п. 1).

Отже,

$$z(95\%) \frac{s}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{2,32}{\sqrt{50}} \gg 0,64;$$

$$6,42 - 0,64 \leq \mu \leq 6,42 + 0,64$$

¹ Таблиці значень функції Лапласа наведені у [18], [25].

або остаточно

$$5,78 \leq \mu \leq 7,06.$$

4. Інтервальна оцінка генеральної пропорції P_{Γ} за даними вибірки

$$P_B - z(k) \sqrt{\frac{P_B(1-P_B)}{n}} \leq P_{\Gamma} \leq P_B + z(k) \sqrt{\frac{P_B(1-P_B)}{n}},$$

Отримуємо $z(95\%) = 1,96$, $P_B = 0,48$, $n = 50$ (див. п. 1).

Отже,

$$z(95\%) \sqrt{\frac{P_B(1-P_B)}{n}} = 1,96 \sqrt{\frac{0,48(1-0,48)}{50}} \approx 0,1383;$$

$$48\% - 13,83\% \leq P_{\Gamma} \leq 48\% + 13,83\%,$$

або остаточно

$$34,17\% \leq P_{\Gamma} \leq 61,83\%.$$

5. Оскільки незміщеними точковими оцінками генерального середнього та генерального стандартного відхилення є вибіркове середнє \bar{X}_B та виправлене стандартне відхилення s , перевірять зможе узгодженість емпіричного розподілу з теоретичним нормальним, який має параметри (\bar{X}_B ; s).

При перевірці узгодженості двох розподілів за допомогою критерію Колмогорова – Смирнова використовують відносні накопичені частоти цих розподілів. Накопичені частоти емпіричного розподілу вже відомі (див. п. 1), а з них легко отримати відносні, поділивши на 50 (обсяг вибірки). Тепер обчислимо відносні накопичені частоти теоретичного нормального розподілу. Для того щоб знайти відносну накопичену частоту x , потрібно стандартизувати це значення за формулою

$$z = \frac{x - \bar{X}_B}{s}$$

і скористатися табличними значеннями функції Лапласа (див. [18] або [25]). Наприклад, для $x = 0$

$$z = \frac{0 - 6,42}{2,32} \approx -2,77;$$

табличне значення для 2,77 дорівнює 0,4972 і тому відносна накопичена частота

$$c\omega_T(0) = 0,5 - 0,4972 = 0,0028,$$

бо z від'ємне.

Аналогічно для $x = 7$

$$c\omega_T(7) = 0,5 + 0,0987 = 0,5987,$$

бо z додатне.

Усі обчислені теоретичні накопичені частоти наведемо далі.

Сформулюємо гіпотези.

H_0 : Емпіричний розподіл не відрізняється від нормального з параметрами ($\bar{X}_B = 6,42$; $s = 2,32$).

H_1 : Емпіричний розподіл відрізняється від нормального з параметрами ($\bar{X}_B = 6,42$; $s = 2,32$).

Оскільки потрібно показати нормальність емпіричного розподілу, а критерій Колмогорова – Смирнова показує значущість відмінності досліджуваних розподілів, бажано отримати якомога більше значення значущості. Як критичний рівень значущості візьмемо 10 %.

Наведемо необхідні обчислення у вигляді таблиці.

| Рівень X | Частота n | Відносна частота w | Накопичена відносна частота $c\omega$ | Накопичена теоретична відносна частота $c\omega_T$ | Різниця накопичених частот |
|------------|-------------|----------------------|---------------------------------------|--|----------------------------|
| 0 | 0 | 0,00 | 0,00 | 0,0028 | 0,0028 |
| 1 | 2 | 0,04 | 0,04 | 0,0097 | 0,0303 |
| 2 | 2 | 0,04 | 0,08 | 0,0284 | 0,0516 |
| 3 | 3 | 0,06 | 0,14 | 0,0702 | 0,0698 |
| 4 | 2 | 0,04 | 0,18 | 0,1485 | 0,0315 |
| 5 | 2 | 0,04 | 0,22 | 0,2702 | 0,0502 |
| 6 | 15 | 0,30 | 0,52 | 0,4282 | 0,0918 |
| 7 | 9 | 0,18 | 0,70 | 0,5987 | 0,1013 |
| 8 | 5 | 0,10 | 0,80 | 0,7521 | 0,0479 |
| 9 | 5 | 0,10 | 0,90 | 0,8669 | 0,0331 |
| 10 | 5 | 0,10 | 1,00 | 0,9386 | 0,0614 |

Тепер обчислимо $\lambda_{\text{емп}}$ і звіримо з таблицею рівнів значущості критерію Колмогорова – Смирнова (див. статистичні таблиці у [16] або [18]):

$$\lambda_{\text{емп}} = d_{\text{макс}} \sqrt{\frac{n}{2}},$$

де $d_{\text{макс}}$ — максимальна різниця з останнього стовпця останньої таблиці; n — обсяг вибірки.

Підставляючи в останню формулу числові значення, отримуємо

$$\lambda_{\text{емп}} = 0,1013 \sqrt{\frac{50}{2}} = 0,5065.$$

За таблицею критерію Колмогорова — Смирнова цьому значенню відповідає рівень значущості 0,96. Іншими словами, якщо взяти гіпотезу H_1 про відмінність розподілів, ймовірність помилитись дорівнюватиме 96 %.

Тому беремо гіпотезу H_0 про нормальність досліджуваного емпіричного розподілу.

6. Інтервальна оцінка генерального стандартного відхилення σ_r за даними вибірки

$$s(1 - q) \leq \sigma_r \leq s(1 + q),$$

де значення q беремо з таблиці функції $q(k; n)$ (див. [18] або [25]).

У розглядуваному випадку $s = 2,32$, $k = 95\%$, $n = 50$, тому $q = 0,21$ і остаточно

$$2,32 \cdot (1 - 0,21) \leq \sigma_r \leq 2,32 \cdot (1 + 0,21),$$

або

$$1,83 \leq \sigma_r \leq 2,81.$$

Приклад 2

Література [5, розд. 6, 7; 6, розд. 15]

Для перевірки дієвості нової безмедикаментозної методики лікування нікотинової залежності було сформовано дві групи, експериментальну (46 індивідумів-курців) та контрольну (41 індивідум-курець). Ці дві групи було утворено так, щоб їх основні характеристики (розподіл за віком, статтю, стажем куріння, професійними ознаками) відрізнялись неістотно. Нова методика застосовувалась протягом трьох місяців в експериментальній групі і не застосовувалась в контрольній. Результати експерименту наведені в таблицях (при цьому рівень нікотинової залежності X оцінювався за семирівневою шкалою: ДНР — дуже низький, НР — низький, НСР — нижчий від середнього, СР — середній, ВСР — вищий від середнього, ВР — високий, ДВР — дуже високий; у таблицях наведено також дані про стаж S курців: МС — малий (менше трьох років), СС — середній (від трьох до семи років), ВС — великий (від семи до 15 років) та ДВС — дуже великий (понад 15 років).

1. За допомогою χ^2 -критерію Пірсона перевірити, чи узгоджені частотні розподіли рівня X ніотинової залежності в обох групах до експерименту.

2. За допомогою T -критерію Вілкоксона перевірити наявність зсуву рівня X ніотинової залежності в кожній групі після експерименту.

3. Якщо зсуви рівня X ніотинової залежності наявні в обох групах і мають однаковий напрямок, порівняти їх за допомогою U -критерію Манна – Вітні.

4. Звести дані про рівень X ніотинової залежності до експерименту в обох групах в одну таблицю. За допомогою критерію рангової r_s -кореляції Спірмена перевірити, чи існує кореляційний зв'язок між стажем S куріння та рівнем X ніотинової залежності.

5. Якщо за результатами аналізу пп. 2 та 3 виявиться ефективність нової безмедикаментозної методики лікування ніотинової залежності, поділити експериментальну групу на підгрупи за стажем S куріння та перевірити наявність зсуву для кожної підгрупи.

Експериментальна група

| № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж S куріння | | Рівень X | |
|--------|------------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|------------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|------------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|------------------|--------------------|------------|--|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | |
| 1 | ВС | ДВР | ВР | 13 | ДВС | ДВР | ВС | 25 | МС | НР | ДНР | 37 | СС | ДНР | ДНР | | | | |
| 2 | МС | ДНР | ДНР | 14 | МС | ДНР | ДНР | 26 | СС | НС | НР | 38 | СС | СР | НС | | | | |
| 3 | ВС | ВС | СР | 15 | ВС | СР | СР | 27 | МС | НС | ДНР | 39 | МС | НС | НС | | | | |
| 4 | ДВС | ВР | СР | 16 | СС | НР | ДНР | 28 | МС | НС | ДНР | 40 | СС | СР | СР | | | | |
| 5 | СС | СР | НР | 17 | МС | ВС | СР | 29 | ВС | ВС | СР | 41 | СС | НР | НР | | | | |
| 6 | СС | ДВР | ВР | 18 | МС | НР | ДНР | 30 | СС | НР | ДНР | 42 | СС | ВС | НС | | | | |
| 7 | ДВС | СР | ДНР | 19 | СС | НР | НР | 31 | ВС | НС | ДНР | 43 | МС | НР | ДНР | | | | |
| 8 | ВС | ВС | СР | 20 | ВС | СР | НС | 32 | СС | ВС | НС | 44 | ДВС | СР | НР | | | | |
| 9 | ВС | ВР | ВР | 21 | ДВС | НС | НР | 33 | ВС | ДВР | ВР | 45 | ВС | СР | ВС | | | | |
| 10 | СС | НС | НС | 22 | МС | НР | ДНР | 34 | ВС | ДВР | ВР | 46 | ДВС | НР | ДНР | | | | |
| 11 | ВС | ДВР | ДВР | 23 | ДВС | ВС | НС | 35 | СС | НС | ДНР | | | | | | | | |
| 12 | ВС | ДВР | ВР | 24 | МС | НР | НР | 36 | СС | ВС | ВС | | | | | | | | |

Контрольна група

| № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | № пор. | Стаж 5 куріння | | Рівень X | | |
|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|--------|-----------------|--------------------|----------|-----|----|
| | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | до експерименту | після експерименту | | до експерименту | після експерименту | | | |
| 1 | СС | ДВР | ДВР | 12 | ВС | ДВР | ВР | 23 | ДВС | ДВР | ДВР | 34 | ДВС | ДВР | ВС |
| 2 | ВС | ВС | ВС | 13 | ВС | ДВР | ВР | 24 | МС | НС | СР | 35 | МС | НС | НР |
| 3 | ВС | ВР | ДВР | 14 | СС | СР | ВС | 25 | МС | НР | НР | 36 | ВС | НР | НР |
| 4 | ДВС | ВС | СР | 15 | ДВС | СР | ВС | 26 | МС | НР | НР | 37 | СС | НС | НР |
| 5 | ДВС | ВС | НС | 16 | ВС | СР | НР | 27 | МС | НР | НР | 38 | СС | ВС | СР |
| 6 | ВС | ВС | ВС | 17 | ВС | ВР | ВР | 28 | МС | НР | ДНР | 39 | ВС | СР | НР |
| 7 | ВС | ВР | ВР | 18 | ДВС | СР | СР | 29 | СС | НР | НР | 40 | ДВС | ВС | СР |
| 8 | СС | СР | СР | 19 | СС | НС | СР | 30 | МС | НР | НР | 41 | ВС | ДВР | СР |
| 9 | МС | СР | СР | 20 | СС | СР | НС | 31 | ДВС | ДВР | ДВР | | | | |
| 10 | СС | СР | НР | 21 | МС | НР | НР | 32 | МС | СР | НС | | | | |
| 11 | ВС | ВР | ВР | 22 | ВС | НР | ДНР | 33 | СС | НС | НР | | | | |

Розв'язання

1. Знайдемо спочатку частотні розподіли рівня X нікотинової залежності до експерименту в обох групах.

| Рівень X | Частота в експериментальній групі | Частота в контрольній групі | Разом |
|----------|-----------------------------------|-----------------------------|-------|
| ДНР | 3 | 0 | 3 |
| НР | 10 | 9 | 19 |
| НС | 8 | 5 | 13 |
| СР | 8 | 10 | 18 |
| ВС | 8 | 6 | 14 |
| ВР | 2 | 4 | 6 |
| ДВР | 7 | 7 | 14 |
| Сума | 46 | 41 | 87 |

Розглянемо дві гіпотези.

H_0 : Відмінності між емпіричними розподілами в експериментальній та контрольній групах незначущі.

H_1 : Відмінності між емпіричними розподілами в експериментальній та контрольній групах значущі.

Перевіримо ці гіпотези за допомогою критерію Пірсона. Для цього обчислимо теоретичну частоту рівня X нікотинової залежності за умови рівності цих розподілів в обох групах:

$$\text{Теоретична частота} = \frac{\text{Сума в рядку} \times \text{Сума у стовпці}}{\text{Загальний обсяг обох груп}}.$$

Наприклад, теоретична частота НР у контрольній групі

$$\frac{19 \cdot 41}{87} = \frac{779}{87} \approx 8,95.$$

Наведемо теоретичні частоти з точністю до двох знаків після коми в таблиці.

| Рівень X | Теоретична частота в експериментальній групі | Теоретична частота в контрольній групі | Разом |
|------------|--|--|-------|
| ДНР | 1,59 | 1,41 | 3 |
| НР | 10,05 | 8,95 | 19 |
| НС | 6,87 | 6,13 | 13 |
| СР | 9,52 | 8,48 | 18 |
| ВС | 7,40 | 6,60 | 14 |
| ВР | 3,17 | 2,83 | 6 |
| ДВР | 7,40 | 6,60 | 14 |
| Сума | 46 | 41 | 87 |

Від емпіричних частот $n_{\text{емп}}$ (перша таблиця) віднімемо теоретичні частоти $n_{\text{теор}}$ (друга таблиця), різниці $n_{\text{емп}} - n_{\text{теор}}$ частот піднесемо до квадрату і здійснимо обчислення за формулою

$$D_{\text{В.Г}}^2 f = \frac{(n_{\text{емп}} - n_{\text{теор}})^2}{n_{\text{теор}}}.$$

Округлені до двох знаків після коми результати цих обчислень наведемо в таблиці.

| Рівень X | $n_{\text{емп}} - n_{\text{теор}}$ | | $(n_{\text{емп}} - n_{\text{теор}})^2$ | | $D_{\frac{1}{2}}^2 f$ | |
|------------|------------------------------------|------------------|--|------------------|------------------------|------------------|
| | Експериментальна група | Контрольна група | Експериментальна група | Контрольна група | Експериментальна група | Контрольна група |
| ДНР | +1,41 | -1,41 | 2,00 | 2,00 | 1,26 | 1,41 |
| НР | -0,05 | +0,05 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| НС | +1,13 | -1,13 | 1,27 | 1,27 | 0,18 | 0,21 |
| СР | -1,52 | +1,52 | 2,30 | 2,30 | 0,24 | 0,27 |
| ВС | +0,60 | -0,60 | 0,36 | 0,36 | 0,05 | 0,05 |
| ВР | -1,17 | +1,17 | 1,37 | 1,37 | 0,43 | 0,49 |
| ДВР | -0,40 | +0,40 | 0,16 | 0,16 | 0,02 | 0,02 |

Знайшовши суму чисел $D_{\frac{1}{2}}^2 f$ (останні дві графи), отримаємо емпіричне значення критерію Пірсона:

$$\chi_{\text{емп}}^2 \approx 4,63.$$

Кількість ступенів вільності

$$v = (n - 1)(m - 1) = (7 - 1) \cdot (2 - 1) = 6,$$

де n – кількість рівнів ознаки X ; m – кількість досліджуваних розподілів.

Для цього значення кількості ступенів вільності критичні значення критерію Пірсона становлять¹: на рівні значущості 1 % – 16,8, а на рівні 5 % – 12,6.

Оскільки

$$\chi_{\text{емп}}^2 \approx 4,63 < 12,6,$$

доходимо висновку, що ймовірність помилки прийняття гіпотези H_1 значно перевищує 5 %. Тому приймаємо гіпотезу H_0 про незначущість відмінностей початкових розподілів рівня ніотинової залежності в експериментальній та контрольній групах.

2. Перевіримо спочатку, чи наявний зсув рівня ніотинової залежності в експериментальній групі. Для цього знайдемо індивідуальні зсуви як різниці індивідуальних рівнів після і до експерименту. Іншими словами, для кожної людини обчислимо, на скільки пунктів зменшився (від'ємні значення зсуву) або збільшився (додатні значення зсуву) рівень ніотинової залежності в результаті експерименту. Отримані результати наведемо в таблиці.

¹ Див., наприклад, таблиці критичних значень критерію χ^2 у [18] або [25].

Експериментальна група

| № пор. | Рівень X | | Зсув | № пор. | Рівень X | | Зсув | № пор. | Рівень X | | Зсув | № пор. | Рівень X | | Зсув |
|--------|-----------------|--------------------|------|--------|-----------------|--------------------|------|--------|-----------------|--------------------|------|--------|-----------------|--------------------|------|
| | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | | | до експерименту | після експерименту | |
| 1 | ДВР | ВР | -1 | 13 | ДВР | ВС | -2 | 25 | НР | ДНР | -1 | 37 | ДНР | ДНР | 0 |
| 2 | ДНР | ДНР | 0 | 14 | ДНР | ДНР | 0 | 26 | НС | НР | -1 | 38 | СР | НС | -1 |
| 3 | ВС | СР | -1 | 15 | СР | СР | 0 | 27 | НС | ДНР | -2 | 39 | НС | НС | 0 |
| 4 | ВР | СР | -2 | 16 | НР | ДНР | -1 | 28 | НС | ДНР | -2 | 40 | СР | СР | 0 |
| 5 | СР | НР | -2 | 17 | ВС | СР | -1 | 29 | ВС | СР | -1 | 41 | НР | НР | 0 |
| 6 | ДВР | ВР | -1 | 18 | НР | ДНР | -1 | 30 | НР | ДНР | -1 | 42 | ВС | НС | -2 |
| 7 | СР | ДНР | -3 | 19 | НР | НР | 0 | 31 | НС | ДНР | -2 | 43 | НР | ДНР | -1 |
| 8 | ВС | СР | -1 | 20 | СР | НС | -1 | 32 | ВС | НС | -2 | 44 | СР | ВР | -2 |
| 9 | ВР | ВР | 0 | 21 | НС | НР | -1 | 33 | ДВР | ВР | -1 | 45 | СР | ВС | 1 |
| 10 | НС | НС | 0 | 22 | НР | ДНР | -1 | 34 | ДВР | ВР | -1 | 46 | НР | ДНР | -1 |
| 11 | ДВР | ДВР | 0 | 23 | ВС | НС | -2 | 35 | НС | ДНР | -2 | | | | |
| 12 | ДВР | ВР | -1 | 24 | НР | НР | 0 | 36 | ВС | ВС | 0 | | | | |

Тепер обчислимо, як часто зустрічається кожне ненульове значення зсуву.

| Величина зсуву | Частота |
|----------------|---------|
| -3 | 1 |
| -2 | 11 |
| -1 | 20 |
| 1 | 1 |
| Разом | 33 |

Знайдемо частоти абсолютних величин зсуву та проранжуємо їх.

| Абсолютна величина зсуву | Частота | Накопичена частота | Ранг |
|--------------------------|---------|--------------------|--------------------------|
| 1 | 21 | 21 | $\frac{0+21+1}{2} = 11$ |
| 2 | 11 | $21+11 = 32$ | $\frac{21+32+1}{2} = 27$ |
| 3 | 1 | $32+1 = 33$ | $\frac{32+33+1}{2} = 33$ |
| Разом | 33 | | |

Обчислимо суми рангів від'ємних T_- та додатних T_+ зсувів як суми добутоків відповідних частот і рангів:

$$T_- = 20 \cdot 11 + 11 \cdot 27 + 1 \cdot 33 = 550 \quad (\text{зсуви } -1, -2, -3);$$

$$T_+ = 1 \cdot 11 = 11 \quad (\text{зсув } +1).$$

Оскільки $T_- > T_+$, типовим є зсув у бік зменшення ознаки і, отже, можна сформулювати гіпотези.

H_0 : Типовий зсув у бік зменшення ознаки випадковий.

H_1 : Типовий зсув у бік зменшення ознаки значущий.

Емпіричним значенням критерію Вілкоксона є сума рангів нетипових зсувів, у регламентованому випадку $T_+ = 1$.

Залишається порівняти за таблицями¹ це значення з критичними.

Отже (для кількості ненульових рангів 33), для рівня значущості 5 % критичне значення дорівнює 187, а для рівня 1 % – 151. Оскільки $11 < 151$, приймаємо гіпотезу H_1 про наявність зсуву в бік зниження рівня ніотинової залежності.

Перевіримо тепер, чи наявний зсув рівня ніотинової залежності в контрольній групі. Наведемо індивідуальні зсуви рівня ніотинової залежності для контрольної групи в таблиці.

Контрольна група

| № пор. | Рівень X | | | № пор. | Рівень X | | | № пор. | Рівень X | | | № пор. | Рівень X | | |
|--------|-----------------|--------------------|------|--------|-----------------|--------------------|------|--------|-----------------|--------------------|------|--------|-----------------|--------------------|------|
| | до експерименту | після експерименту | Зсув | | до експерименту | після експерименту | Зсув | | до експерименту | після експерименту | Зсув | | до експерименту | після експерименту | Зсув |
| 1 | ДВР | ДВР | 0 | 12 | ДВР | ВР | -1 | 23 | ДВР | ДВР | 0 | 34 | ДВР | ВС | -2 |
| 2 | ВС | ВС | 0 | 13 | ДВР | ВР | -1 | 24 | НС | СР | 1 | 35 | НС | НР | -1 |
| 3 | ВР | ДВР | 1 | 14 | СР | ВС | 1 | 25 | НР | НР | 0 | 36 | НР | НР | 0 |
| 4 | ВС | СР | -1 | 15 | СР | ВС | 1 | 26 | НР | НР | 0 | 37 | НС | НР | -1 |
| 5 | ВС | НС | -2 | 16 | СР | НР | -2 | 27 | НР | НР | 0 | 38 | ВС | СР | -1 |
| 6 | ВС | ВС | 0 | 17 | ВР | ВР | 0 | 28 | НР | ДНР | -1 | 39 | СР | НР | -2 |
| 7 | ВР | ВР | 0 | 18 | СР | СР | 0 | 29 | НР | НР | 0 | 40 | ВС | СР | -1 |
| 8 | СР | СР | 0 | 19 | НС | СР | 1 | 30 | НР | НР | 0 | 41 | ДВР | СР | -3 |
| 9 | СР | СР | 0 | 20 | СР | НС | -1 | 31 | ДВР | ДВР | 0 | | | | |
| 10 | СР | НР | -2 | 21 | НР | НР | 0 | 32 | СР | НС | -1 | | | | |
| 11 | ВР | ВР | 0 | 22 | НР | ДНР | -1 | 33 | НС | НР | -1 | | | | |

¹ Див., наприклад, таблиці критичних значень критерію Вілкоксона у [18] або [25].

Обчислимо частоти ненульових значень.

| Величина зсуву | Частота |
|----------------|---------|
| -3 | 1 |
| -2 | 5 |
| -1 | 12 |
| 1 | 5 |
| Разом | 23 |

Знайдемо частоти абсолютних величин зсуву та проранжуємо їх у таблиці.

| Абсолютна величина зсуву | Частота | Накопичена частота | Ранг |
|--------------------------|---------|--------------------|--------------------------|
| 1 | 17 | 17 | $\frac{0+17+1}{2} = 9$ |
| 2 | 5 | $17+5 = 22$ | $\frac{17+22+1}{2} = 20$ |
| 3 | 1 | $22+1 = 23$ | $\frac{22+23+1}{2} = 23$ |
| Разом | 23 | | |

Обчислимо суми рангів від'ємних T_- та додатних T_+ зсувів:

$$T_- = 12 \cdot 9 + 5 \cdot 20 + 1 \cdot 23 = 231 \text{ (зсуви } -1, -2, -3\text{);}$$

$$T_+ = 5 \cdot 9 = 45 \text{ (зсув } +1\text{)}.$$

Оскільки $T_- > T_+$, типовим є зсув у бік зменшення ознаки і, отже можна сформулювати гіпотези.

H_0 : Типовий зсув у бік зменшення ознаки випадковий.

H_1 : Типовий зсув у бік зменшення ознаки не випадковий.

Емпіричним значенням критерію Вілкоксона є сума рангів нетипових зсувів, у розглядуваному випадку $T_+ = 45$.

Порівняємо за таблицями це значення з критичними.

Отже (для кількості ненульових рангів 23), для рівня значущості 5 % критичне значення дорівнює 83, а для рівня 1 % – 62. Оскільки $45 < 83$, приймаємо гіпотезу H_1 про наявність зсуву у бік зниження рівня ніотинової залежності.

3. Оскільки в попередньому пункті вже з'ясовано, що зсув у бік зниження рівня ніотинової залежності є і в експериментальній, і в контрольній групі (на рівні значущості менше 1 % в обох випадках),

то немає безпосередніх підстав стверджувати, що зсув в експериментальній групі спричинений саме застосуванням немедикаментозної методики лікування. Тому потрібно виконати додатковий аналіз, наприклад, порівняти групові зсуви за величиною. Це можна зробити за допомогою критерію Манна – Вітні. Для цього, користуючись даними таблиць попереднього пункту, ще раз обчислимо частоти всіх можливих значень індивідуальних зсувів (зокрема, і нульових) у кожній групі.

| Експериментальна група | | Контрольна група | |
|------------------------|---------|------------------|---------|
| Величина зсуву | Частота | Величина зсуву | Частота |
| -3 | 1 | -3 | 1 |
| -2 | 11 | -2 | 5 |
| -1 | 20 | -1 | 12 |
| 0 | 13 | 0 | 18 |
| 1 | 1 | 1 | 5 |
| Разом | | Разом | |
| | 46 | | 41 |

Об'єднаємо тепер ці групи в одну, обчислимо частоти зсувів і проанжуємо їх. При цьому орієнтуватимемось на порівняння величини зсувів у бік зниження рівня. Тому вважатимемо найменшим зсувом +1, а найбільшим – -1.

| Величина зсуву | Частота | Накопичена частота | Ранг |
|----------------|---------|--------------------|----------------------------|
| 1 | 6 | 6 | $\frac{0+6+1}{2} = 3,5$ |
| 0 | 31 | $6+31=37$ | $\frac{6+37+1}{2} = 22$ |
| -1 | 32 | $37+32=69$ | $\frac{37+69+1}{2} = 53,5$ |
| -2 | 16 | $69+16=85$ | $\frac{69+85+1}{2} = 77,5$ |
| -3 | 2 | $85+2=87$ | $\frac{85+87+1}{2} = 86,5$ |
| Разом | | 87 | |

Обчислимо суми рангів зсувів в експериментальній $T_{\text{експ}}$ та контрольній $T_{\text{контр}}$ групах як суми добутків відповідних частот і рангів:

$$T_{\text{експ}} = 1 \cdot 3,5 + 13 \cdot 22 + 20 \cdot 53,5 + 11 \cdot 77,5 + 1 \cdot 86,5 = 2298,5;$$

$$T_{\text{контр}} = 5 \cdot 3,5 + 18 \cdot 22 + 12 \cdot 53,5 + 5 \cdot 77,5 + 1 \cdot 86,5 = 1529,5,$$

де підсумовування здійснюється в такому порядку значень зсувів: 1, 0, -1, -2, -3.

Оскільки $T_{\text{експ}} > T_{\text{контр}}$, можна сформулювати такі гіпотези.

H_0 : Зсув в експериментальній групі не перевищує зсув у контрольній.

H_1 : Зсув в експериментальній групі перевищує зсув у контрольній.

Для перевірки цих гіпотез обчислимо емпіричне значення критерію Манна – Вітні:

$$\begin{aligned} U_{\text{емп}} &= n_1 n_2 + \frac{n_{\text{макс}} (n_{\text{макс}} + 1)}{2} - T_{\text{макс}} = \\ &= 46 \cdot 41 + \frac{46 (46 + 1)}{2} - 2298,5 = 668,5, \end{aligned}$$

де n_1, n_2 – обсяг групи відповідно експериментальної та контрольної, $T_{\text{макс}}$ – максимальна сума рангів; $n_{\text{макс}}$ – обсяг групи з максимальною сумою рангів.

Залишилось порівняти отримане емпіричне значення з критичними. З таблиці критичних значень критерію Манна – Вітні¹ для обсягів груп 46 і 41 маємо значення 668 на рівні значущості 1 % та 749 – на рівні 5 %. Оскільки $668 < 668,5 < 749$, формально слід прийняти гіпотезу H_1 на рівні значущості 5 %. Насправді можна прийняти її на рівні майже 1 %, тому що значення 668,5 неістотно відрізняється від 668.

Остаточо з дуже високою певністю (ймовірна помилка дещо перевищуватиме 1 %) можна стверджувати, що зсув у бік зменшення ніотинової залежності в експериментальній групі більший, ніж у контрольній. Це дає підстави казати про дієвість досліджуваної немедикаментозної методи лікування.

4. Потрібно перевірити, чи існує кореляційна залежність між стажем куріння та рівнем ніотинової залежності. Для цього зведемо дані експериментальної та контрольної груп в одну таблицю, в якій для кожної людини наведемо її стаж S куріння та рівень X ніотинової залежності до експерименту.

¹ Див., наприклад, [18] або [25].

Для об'єднаної таблиці отримаємо частотні розподіли (одразу проранжуємо рівні в них) стажу куріння та рівня ніотинової залежності до експерименту.

| Стаж | Частота | Накопичена частота | Ранг |
|-------|---------|--------------------|----------------------------|
| МС | 21 | 21 | $\frac{0+21+1}{2} = 11$ |
| СС | 25 | 21 + 25 = 46 | $\frac{21+46+1}{2} = 34$ |
| ВС | 26 | 46 + 26 = 72 | $\frac{46+72+1}{2} = 59,5$ |
| ДВС | 15 | 72 + 12 = 87 | $\frac{72+87+1}{2} = 80$ |
| Разом | 87 | | |

| Ніотинова залежність | Частота | Накопичена частота | Ранг |
|----------------------|---------|--------------------|----------------------------|
| ДНР | 3 | 3 | $\frac{0+3+1}{2} = 2$ |
| НР | 19 | 3 + 19 = 22 | $\frac{3+22+1}{2} = 13$ |
| НС | 13 | 22 + 13 = 35 | $\frac{22+35+1}{2} = 29$ |
| СР | 18 | 35 + 18 = 53 | $\frac{35+53+1}{2} = 44,5$ |
| ВС | 14 | 53 + 14 = 67 | $\frac{53+67+1}{2} = 60,5$ |
| ВР | 6 | 67 + 6 = 73 | $\frac{67+73+1}{2} = 70,5$ |
| ДВР | 14 | 73 + 14 = 87 | $\frac{73+87+1}{2} = 80,5$ |
| Разом | 87 | | |

Тепер маємо всі дані для того, щоб провести тест Спірмена рангової кореляції для стажу та рівня ніотинової залежності.

Сформулюємо гіпотези.

H_0 : Кореляції між стажом куріння та рівнем нікотинової залежності не існує.

H_1 : Існує кореляційний зв'язок між стажом куріння та рівнем нікотинової залежності.

Для того щоб обчислити коефіцієнт r_s кореляції Спірмена, потрібно спочатку знайти суму квадратів різниць рангів індивідуальних рівнів.

Квадрати різниць рангів для експериментальної та контрольної груп наведені в таблицях.

Квадрати різниць рангів для експериментальної групи

| № пор. | Стаж S | X до | Ранг S | Ранг X | Різниця рангів | Квадрат різниці рангів |
|--------|----------|--------|----------|----------|----------------|------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 2 | МС | ДНР | 11 | 2 | 9 | 81 |
| 3 | ВС | ВС | 59,5 | 60,5 | -1 | 1 |
| 4 | ДВС | ВР | 80 | 70,5 | 9,5 | 90,25 |
| 5 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |
| 6 | СС | ДВР | 34 | 80,5 | -46,5 | 2162,25 |
| 7 | ДВС | СР | 80 | 44,5 | 35,5 | 1260,25 |
| 8 | ВС | ВС | 59,5 | 60,5 | -1 | 1 |
| 9 | ВС | ВР | 59,5 | 70,5 | -11 | 121 |
| 10 | СС | НС | 34 | 29 | 5 | 25 |
| 11 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 12 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 13 | ДВС | ДВР | 80 | 80,5 | -0,5 | 0,25 |
| 14 | МС | ДНР | 11 | 2 | 9 | 81 |
| 15 | ВС | СР | 59,5 | 44,5 | 15 | 225 |
| 16 | СС | НР | 34 | 13 | 21 | 441 |
| 17 | МС | ВС | 11 | 60,5 | -49,5 | 2450,25 |
| 18 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 19 | СС | НР | 34 | 13 | 21 | 441 |
| 20 | ВС | СР | 59,5 | 44,5 | 15 | 225 |
| 21 | ДВС | НС | 80 | 29 | 51 | 2601 |
| 22 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 23 | ДВС | ВС | 80 | 60,5 | 19,5 | 380,25 |
| 24 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 25 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----|-----|-----|------|------|-------|---------|
| 26 | СС | НС | 34 | 29 | 5 | 25 |
| 27 | МС | НС | 11 | 29 | -18 | 324 |
| 28 | МС | НС | 11 | 29 | -18 | 324 |
| 29 | ВС | ВС | 59,5 | 60,5 | -1 | 1 |
| 30 | СС | НР | 34 | 13 | 21 | 441 |
| 31 | ВС | НС | 59,5 | 29 | 30,5 | 930,25 |
| 32 | СС | ВС | 34 | 60,5 | -26,5 | 702,25 |
| 33 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 34 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 35 | СС | НС | 34 | 29 | 5 | 25 |
| 36 | СС | ВС | 34 | 60,5 | -26,5 | 702,25 |
| 37 | СС | ДНР | 34 | 2 | 32 | 1024 |
| 38 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |
| 39 | МС | НС | 11 | 29 | -18 | 324 |
| 40 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |
| 41 | СС | НР | 34 | 13 | 21 | 441 |
| 42 | СС | ВС | 34 | 60,5 | -26,5 | 702,25 |
| 43 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 44 | ДВС | СР | 80 | 44,5 | 35,5 | 1260,25 |
| 45 | ВС | СР | 59,5 | 44,5 | 15 | 225 |
| 46 | ДВС | НР | 80 | 13 | 67 | 4489 |

Квадрати різниць рангів для контрольної групи

| № пор. | Стаж S | X до | Ранг S | Ранг X | Різниця рангів | Квадрат різниці рангів |
|--------|--------|------|--------|--------|----------------|------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | СС | ДВР | 34 | 80,5 | -46,5 | 2162,25 |
| 2 | ВС | ВС | 59,5 | 60,5 | -1 | 1 |
| 3 | ВС | ВР | 59,5 | 70,5 | -11 | 121 |
| 4 | ДВС | ВС | 80 | 60,5 | 19,5 | 380,25 |
| 5 | ДВС | ВС | 80 | 60,5 | 19,5 | 380,25 |
| 6 | ВС | ВС | 59,5 | 60,5 | -1 | 1 |
| 7 | ВС | ВР | 59,5 | 70,5 | -11 | 121 |
| 8 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |
| 9 | МС | СР | 11 | 44,5 | -33,5 | 1122,25 |
| 10 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |
| 11 | ВС | ВР | 59,5 | 70,5 | -11 | 121 |
| 12 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 13 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |
| 14 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |

| | | | | | | |
|----|-----|-----|------|------|-------|---------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 15 | ДВС | СР | 80 | 44,5 | 35,5 | 1260,25 |
| 16 | ВС | СР | 59,5 | 44,5 | 15 | 225 |
| 17 | ВС | ВР | 59,5 | 70,5 | -11 | 121 |
| 18 | ДВС | СР | 80 | 44,5 | 35,5 | 1260,25 |
| 19 | СС | НС | 34 | 29 | 5 | 25 |
| 20 | СС | СР | 34 | 44,5 | -10,5 | 110,25 |
| 21 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 22 | ВС | НР | 59,5 | 13 | 46,5 | 2162,25 |
| 23 | ДВС | ДВР | 80 | 80,5 | -0,5 | 0,25 |
| 24 | МС | НС | 11 | 29 | -18 | 324 |
| 25 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 26 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 27 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 28 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 29 | СС | НР | 34 | 13 | 21 | 441 |
| 30 | МС | НР | 11 | 13 | -2 | 4 |
| 31 | ДВС | ДВР | 80 | 80,5 | -0,5 | 0,25 |
| 32 | МС | СР | 11 | 44,5 | -33,5 | 1122,25 |
| 33 | СС | НС | 34 | 29 | 5 | 25 |
| 34 | ДВС | ДВР | 80 | 80,5 | -0,5 | 0,25 |
| 35 | МС | НС | 11 | 29 | -18 | 324 |
| 36 | ВС | НР | 59,5 | 13 | 46,5 | 2162,25 |
| 37 | СС | НС | 34 | 29 | 5 | 25 |
| 38 | СС | ВС | 34 | 60,5 | -26,5 | 702,25 |
| 39 | ВС | СР | 59,5 | 44,5 | 15 | 225 |
| 40 | ДВС | ВС | 80 | 60,5 | 19,5 | 380,25 |
| 41 | ВС | ДВР | 59,5 | 80,5 | -21 | 441 |

Підсумовуючи значення останнього стовпця двох останніх таблиць отримуємо

$$D = 42066.$$

Далі обчислимо поправку на однакові ранги: для рівнів стажу та нікотинової залежності.

| Стаж | Частота | Поправка |
|-------------|---------|---------------------------------|
| МС | 21 | $\frac{21^3 - 21}{12} = 770$ |
| СС | 25 | $\frac{25^3 - 25}{12} = 1300$ |
| ВС | 26 | $\frac{26^3 - 26}{12} = 1462,5$ |
| ДВС | 15 | $\frac{15^3 - 15}{12} = 280$ |
| Разом T_s | | 3812,5 |

| Нікотинова залежність | Частота | Поправка |
|-----------------------|-------------|--------------------------------|
| ДНР | 3 | $\frac{3^3 - 3}{12} = 2$ |
| НР | 19 | $\frac{19^3 - 19}{12} = 570$ |
| НС | 13 | $\frac{13^3 - 13}{12} = 182$ |
| СР | 18 | $\frac{18^3 - 18}{12} = 484,5$ |
| ВС | 14 | $\frac{14^3 - 14}{12} = 227,5$ |
| ВР | 6 | $\frac{6^3 - 6}{12} = 17,5$ |
| ДВР | 14 | $\frac{14^3 - 14}{12} = 227,5$ |
| | Разом T_x | 1711 |

Остаточно, коефіцієнт рангової кореляції

$$r_{-S} = 1 - 6 \frac{D + T_S + T_X}{N(N^2 - 1)} = 1 - 6 \frac{42066 + 3812,5 + 1711}{87(87^2 - 1)} \gg 0,566$$

Для того щоб вибрати гіпотезу, потрібно порівняти отримане значення з критичними. На жаль, у [18] і [25] наведено критичні значення критерію Спірмена для вибірки обсягу щонайбільше 40: це числа 0,31 (для рівня значущості 5 %) та 0,40 (для рівня значущості 1 %). Проте оскільки критичні значення критерію зменшуються зі збільшенням обсягу вибірки, а

$$0,566 > 0,40,$$

з упевненістю можна прийняти гіпотезу H_1 про істотну рангову кореляцію між стажем куріння та нікотиною залежністю.

5. Результати досліджень пп. 2 та 3 підтверджують ефективність запропонованої методики лікування. Перевіримо тепер, чи наявне зниження рівня нікотинової залежності X у кожній групі людей з однаковим стажем.

Створимо таблицю для групи з малим стажем.

| № пор. | X до | X після | Зсув |
|--------|------|---------|------|
| 2 | ДНР | ДНР | 0 |
| 14 | ДНР | ДНР | 0 |
| 17 | ВС | СР | -1 |
| 18 | НР | ДНР | -1 |
| 22 | НР | ДНР | -1 |
| 24 | НР | НР | 0 |
| 25 | НР | ДНР | -1 |
| 27 | НС | ДНР | -2 |
| 28 | НС | ДНР | -2 |
| 39 | НС | НС | 0 |
| 43 | НР | ДНР | -1 |

Як бачимо, усі ненульові зсуви в бік зменшення, тобто від'ємний зсув типовий, а сума рангів додатних зсувів $\sum T_{+} = 0$. Сформулюємо гіпотези.

H_0 : Типовий зсув випадковий.

H_1 : Типовий зсув не випадковий.

Емпіричне значення критерію Вілкоксона $T_{+} = 0$.

Порівняємо за таблицями це значення з критичними.

Отже (для кількості ненульових рангів 7), для рівня значущості 5 % критичне значення дорівнює 3, а для рівня 1 % – нулю. Тому приймаємо гіпотезу H_1 про не випадковість зсуву в бік зниження рівня нікотинової залежності.

Розглянемо тепер групу із середнім стажем куріння.

| № пор. | X до | X після | Зсув |
|--------|------|---------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 5 | СР | НР | -2 |
| 6 | ДВР | ВР | -1 |
| 10 | НС | НС | 0 |
| 16 | НР | ДНР | -1 |
| 19 | НР | НР | 0 |
| 26 | НС | НР | -1 |
| 30 | НР | ДНР | -1 |
| 32 | ВС | НС | -2 |
| 35 | НС | ДНР | -2 |
| 36 | ВС | ВС | 0 |
| 37 | ДНР | ДНР | 0 |

| | | | |
|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 38 | СР | НС | -1 |
| 40 | СР | СР | 0 |
| 41 | НР | НР | 0 |
| 42 | ВС | НС | -2 |

Отже, ситуація подібна до попереднього випадку.

Оскільки всі ненульові зсуви від'ємні, від'ємний зсув типовий, а сума рангів додатних зсувів $T_+ = 0$. Це значення є емпіричним значенням критерію Вілкоксона. Порівнюємо за таблицями це значення з критичними.

Отже (для кількості ненульових рангів 9), для рівня значущості 5% критичне значення дорівнює 8, а для рівня 1% – 3. Тому знову приймаємо гіпотезу про не випадковість зсуву в бік зниження рівня нікотинової залежності.

Розглянемо групу з високим стажем куріння.

| № пор. | X до | X після | Зсув |
|--------|------|---------|------|
| 1 | ДВР | ВР | -1 |
| 3 | ВС | СР | -1 |
| 8 | ВС | СР | -1 |
| 9 | ВР | ВР | 0 |
| 11 | ДВР | ДВР | 0 |
| 12 | ДВР | ВР | -1 |
| 15 | СР | СР | 0 |
| 20 | СР | НС | -1 |
| 29 | ВС | СР | -1 |
| 31 | НС | ДНР | -2 |
| 33 | ДВР | ВР | -1 |
| 34 | ДВР | ВР | -1 |
| 45 | СР | ВС | 1 |

Тепер маємо 10 ненульових зсувів, типовим є зсув у бік зменшення. Але на відміну від попередніх випадків маємо один нетиповий зсув, що дорівнює одиниці. Оскільки загалом є 9 індивідуальних зсувів величини 1, їх ранг дорівнює

$$\frac{1+9}{2} = 5.$$

Тому емпіричне значення критерію Вілкоксона $T_+ = 5$.

Для 10 ненульових зсувів маємо такі критичні значення: 10 — для рівня значущості 5 % і 5 — для 1 %. Знову приймаємо гіпотезу про невинпадковість групового зсуву в бік зменшення.

Остаточнo розглянемо групу з дуже великим стажем.

| № пор. | X до | X після | Зсув |
|--------|------|---------|------|
| 4 | ВР | СР | -2 |
| 7 | СР | ДНР | -3 |
| 13 | ДВР | ВС | -2 |
| 21 | НС | НР | -1 |
| 23 | ВС | НС | -2 |
| 44 | СР | НР | -2 |
| 46 | НР | ДНР | -1 |

У цьому разі всі 7 зсувів від'ємні; від'ємний зсув знову типовий. Сума рангів додатних зсувів $T_+ = 0$, і це емпіричне значення критерію.

Для рівня значущості 5 % критичне значення критерію становить 3, для рівня 1 % — нуль. І в цьому разі зсув у бік зниження рівня нікотинової залежності невинпадковий.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Захаров В. П.* Применение математических методов в социально-психологических исследованиях. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1985.
2. *Паповян С. С.* Математические методы в социальной психологии. — М.: Наука, 1983.
3. *Сидоренко Е. В.* Методы математической обработки в психологии. — СПб.: Речь, 2001.
4. *Суходольский Г. В.* Основы математической статистики для психологов. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1972.
5. *Телейко А. Б., Чорней Р. К.* Математико-статистичні методи в соціології та психології. — К.: МАУП, 2007.
6. *Практикум з теорії ймовірності та математичної статистики:* Навч. посіб. / Р. К. Чорней, О. Ю. Дюженкова, О. Б. Жильцов та ін.; За ред. Р. К. Чорнея. — К.: МАУП, 2003.

Додаткова

7. *Бешелев С. Д., Гурвич Ф. Г.* Математико-статистические методы экспертных оценок. — М.: Статистика, 1980.
8. *Вайнберг Дж., Шуменер Дж.* Статистика: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1979.
9. *Гласс Дж., Стенли Дж.* Статистические методы в педагогике и психологии: Пер. с англ. — М.: Прогресс, 1976.
10. *Громыко Г. Л.* Статистика. — М.: Изд-во МГУ, 1981.
11. *Кендалл М. Дж., Стюарт А.* Статистические алгоритмы в социологических исследованиях. — Новосибирск: Наука, 1985.
12. *Кимбл Г.* Как правильно пользоваться статистикой: Пер. с англ. — М.: Финансы и статистика, 1982.
13. *Лбов Г. С.* Методы обработки разнотипных экспериментальных данных. — Новосибирск: Наука, 1981.
14. *Максименко В. С., Паниотто В. І., Харченко Н. М.* Статистичний аналіз соціологічних даних. — К.: Академія, 2004.
15. *Математическая статистика:* Учебник. — М.: Высш. шк., 1981.
16. *Мюллер П., Нойман, Шторм Р.* Таблицы по математической статистике: Пер. с нем. — М.: Финансы и статистика, 1982.
17. *Окунь Я.* Факторный анализ: Пер. с польск. — М.: Статистика, 1974.
18. *Паниотто В. І., Максименко В. С.* Количественные методы в социологии. — К.: Наук. думка, 1982.
19. *Рунион Р.* Справочник по непараметрической статистике. — М.: Финансы и статистика, 1982.
20. *Толстова Ю. Н.* Анализ социологических данных. — М.: Науч. мир, 2000.
21. *Турчин В. М.* Математична статистика: Навч. посіб. — К.: Академія, 1999.
22. *Фелингер А. Ф.* Статистические алгоритмы в социологических исследованиях. — Новосибирск: Наука, 1985.
23. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения: В 2 т. — М.: Мир, 1964, 1967.
24. *Хастинг Н., Пикон Дж.* Справочник по статистическим распределениям: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1980.
25. *Холлендер М., Вулф Д. А.* Непараметрические методы статистики: Пер. с англ. — М.: Финансы и статистика, 1983.
26. *Эренберг А.* Анализ и интерпретация статистических данных. — М.: Финансы и статистика, 1981.

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| Пояснювальна записка | 3 |
| Теоретичні питання для контрольної роботи..... | 3 |
| Задачі для контрольної роботи..... | 4 |
| Приклади розв'язання задач..... | 20 |
| Список літератури..... | 44 |



| | |
|--------------------------|------------------------|
| Відповідальний за випуск | <i>А. Д. Вегеренко</i> |
| Редактор | <i>А. А. Карпова</i> |
| Комп'ютерне верстання | <i>Т. Г. Замура</i> |

МАУП

Зам. № ВКЦ-3179

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП