

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ”
(для бакалаврів)

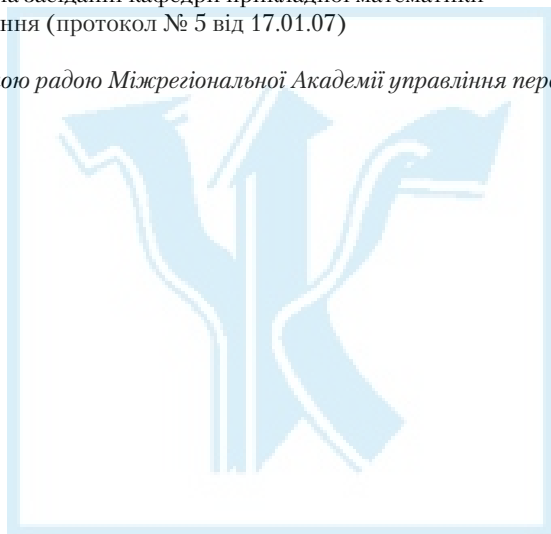
МАУП

Київ 2007

Підготовлено доцентом кафедри прикладної математики
та програмування *В. О. Людвиченком*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики
та програмування (протокол № 5 від 17.01.07)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом



Людвиченко В. О. Навчальна програма дисципліни “Чисельні методи”
(для бакалаврів). – К.: МАУП, 2007. – 16 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Чисельні методи”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія
управління персоналом (МАУП),
2007

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Чисельні методи — це фундаментальна математична дисципліна, навчальний матеріал якої ґрунтується на використанні знань з математичного аналізу, лінійної алгебри, звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь з частинними похідними.

Метою і завданням курсу є:

- вивчення чисельних методів і алгоритмів розв'язання задач прикладної та обчислювальної математики, які охоплюють такі класи задач, як розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь, відновлення і наближення функцій, чисельне диференціювання та інтегрування функцій, знаходження коренів нелінійних рівнянь і їх систем, знаходження значення і точки мінімуму функції однієї і багатьох змінних, розв'язання задач Коші і крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь і їх систем та диференціальних рівнянь з частинними похідними;
- розвиток умінь і навичок розв'язувати практичні задачі чисельними методами з використанням ПК.

Програма курсу має на меті забезпечити студентів необхідним базовим математичним апаратом для ґрунтовного вивчення таких планових курсів: математичне програмування; математичні методи прийняття рішень; математичне моделювання в економіці; математичні моделі і методи оптимального управління.

Підсумкова перевірка рівня засвоєння студентами матеріалу курсу, передбаченого програмою, здійснюється у вигляді іспиту.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни “ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
	Змістовий модуль I. Елементи теорії обчислень
1	Наближені величини та дії над ними
2	Задачі і алгоритми обчислювальної математики

1	2
3 4 5	Змістовий модуль II. Методи розв'язання задач лінійної алгебри Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь Методи обчислення визначника матриці та оберненої матриці Методи обчислення власних чисел і власних значень матриці
6 7 8	Змістовий модуль III. Методи інтерполяції і наближення функцій, чисельного диференціювання та інтегрування функцій Методи інтерполяції і наближення функцій Чисельне диференціювання функцій Чисельне інтегрування функцій
9 10	Змістовий модуль IV. Методи розв'язання нелінійних рівнянь та їх систем Методи розв'язання нелінійних рівнянь з однією змінною Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь
11 12 13 14	Змістовий модуль V. Методи мінімізації функцій Методи і алгоритми мінімізації унімодальних і багатоекстремальних функцій однієї змінної Методи безумовної мінімізації випуклих функцій багатьох змінних Методи мінімізації випуклих функцій багатьох змінних при обмеженнях на змінні Методи глобальної мінімізації багатоекстремальних функцій багатьох змінних
15 16 17	Змістовий модуль VI. Методи розв'язання задачі Коші та крайових задач для диференціальних рівнянь Методи і алгоритми розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь Методи розв'язання крайових задач для рівнянь з частинними похідними
Разом годин: 216	

ЗМІСТ
дисципліни
“ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ”

Змістовий модуль I. Елементи теорії обчислень

Тема 1. Наближені величини та дії над ними

Наближені числа, їх абсолютні і відносні похибки. Правила наближених обчислень і оцінка похибок при обчисленнях: додавання і віднімання наближених чисел; множення і ділення наближених чисел. Похибки обчислень значень функції.

Література [1; 6; 7; 10]

Тема 2. Задачі і алгоритми обчислювальної математики

Задачі обчислювальної математики та числові алгоритми. Повна похибка обчислення розв'язку задачі: неусувна, методу, заокруглення. Оцінки складності алгоритмів та комп'ютерного часу обчислення розв'язку задачі. Забезпечення розв'язання задач із заданими значеннями характеристик якості за точністю і швидкодією.

Література [1; 6; 7; 10; 20]

Змістовий модуль II. Методи розв'язання задач лінійної алгебри

Тема 3. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Гаусса і методом Гаусса з вибиранням головного елемента. Метод квадратних коренів розв'язання СЛАР. Метод простих ітерацій і метод Зейделя розв'язання СЛАР.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Тема 4. Методи обчислення визначника матриці та оберненої матриці

Задача знаходження оберненої матриці. Метод Гауса для обчислення оберненої матриці і визначника матриці.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Тема 5. Методи обчислення власних чисел і власних значень матриці

Проблема власних чисел і власних значень. Степеневий метод і метод обернених ітерацій розв'язання проблеми власних значень.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Змістовий модуль III. Методи інтерполяції і наближення функцій, чисельного диференціювання та інтегрування функцій

Тема 6. Методи інтерполяції і наближення функцій

Наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках: інтерполяційний многочлен Лагранжа, інтерполяційний многочлен Ньютона.

Наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках, сплайнами: лінійні сплайни, квадратичні сплайни, кубічні сплайни.

Апроксимація функцій методом найменших квадратів.

Наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках, розкладом їх у ряд Фур'є. Швидке дискретне перетворення Фур'є.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Тема 7. Чисельне диференціювання функцій

Метод чисельного диференціювання функцій з використанням інтерполяційного многочлена Ньютона.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Тема 8. Чисельне інтегрування функцій

Методи обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формул: прямокутників, трапецій, Сімпсона (парабол). Квадратурні формули інтерполяційного типу, формули Ньютона — Котеса.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Змістовий модуль IV. Методи розв'язання нелінійних рівнянь та їх систем

Тема 9. Методи розв'язання нелінійних рівнянь з однією змінною

Методи обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (ε -коренів): метод поділу навпіл (бісекцій, або дихотомії), метод простих ітерацій, метод Ньютона (дотичних), метод січних (хорд), метод хорд та дотичних (комбінований метод).

Література [1; 3; 4; 6–10]

Тема 10. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь

Методи обчислення коренів системи нелінійних рівнянь із заданою точністю по нев'язці (ε -коренів): метод простих ітерацій, метод Ньютона.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Змістовий модуль V. Методи мінімізації функцій

Тема 11. Методи і алгоритми мінімізації унімодальних і багатоекстремальних функцій однієї змінної

Алгоритм золотого перетину знаходження точки мінімуму унімодальної функції. Алгоритми перебору на рівномірній і нерівномірній сітках для обчислення глобального мінімуму функції, яка задовольняє умову Ліпшиця.

Література [2; 8; 13]

Тема 12. Методи безумовної мінімізації випуклих функцій багатьох змінних

Методи й алгоритми мінімізації випуклої функції багатьох змінних: алгоритми градієнтного спуску, покоординатного спуску та по випадковому напрямку.

Література [1; 2; 8; 13; 20]

Тема 13. Методи мінімізації функцій багатьох змінних при обмеженнях на змінні

Методи й алгоритми послідовної безумовної мінімізації з використанням штрафних функцій і функцій нев'язок.

Література [2; 8; 13; 20]

Тема 14. Методи глобальної мінімізації багатоекстремальних функцій багатьох змінних

Методи й алгоритми перебору на рівномірних і нерівномірних сітках, випадкового пошуку і локального спуску.

Література [1; 2; 8; 20]

Змістовий модуль VI. Методи розв'язання задачі Коші та крайових задач для диференціальних рівнянь

Тема 15. Методи розв'язання задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем

Однокрокові методи розв'язання задачі Коші: метод Ейлера і його модифікації, методи Рунге-Кутта. Багатокрокові методи — методи Адамса. Методи розв'язання задачі Коші для жорстких систем звичайних диференціальних рівнянь.

Література [1; 3; 4; 6–10; 20]

Тема 16. Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь

Методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь: метод стрільби (балістичний), метод коллокації, метод Гальоркіна, метод найменших квадратів, метод скінченних різниць.

Література [1; 3; 4; 6–10]

Тема 17. Методи розв'язання крайових задач для рівнянь з частинними похідними

Метод прямих та метод сіток розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними.

Література [1; 3; 4; 6–10]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке наближене і точне значення числа?
2. Що називається абсолютною та відносною похибкою числа?
3. Які значущі цифри у наближеного числа вірні?
4. Чому дорівнює величина оцінки абсолютної і відносної похибки при додаванні та відніманні наближених чисел?
5. Чому дорівнює величина оцінки абсолютної і відносної похибки при множенні і діленні наближених чисел?
6. Яке правило застосовують для оцінки абсолютної і відносної похибки обчислення значення функції в точці?
7. Які складові повної похибки обчислення розв'язку задачі на комп'ютері?
8. Які фактори породжують складові повної похибки: неусувної, методу (алгоритму), заокруглювання?
9. У чому полягає суть оцінок складності алгоритмів та комп'ютерного часу обчислення розв'язку задачі?
10. Як з використанням повної похибки забезпечується розв'язання задачі із заданою точністю?
11. Які методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) називаються прямими?
12. Сформулюйте основну ідею методу Гауса розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).
13. Чому необхідно використовувати метод Гаусса з вибором головного елемента?
14. Для яких СЛАР застосовується метод прогонки і в чому його суть?
15. Сформулюйте ідею методу квадратних коренів для розв'язання СЛАР.
16. Які методи розв'язання СЛАР називаються ітераційними?
17. Яку ітераційну схему має метод простої ітерації розв'язування СЛАР?
18. При виконанні якої умови забезпечується збіжність методу простої ітерації?
19. Яку ітераційну схему має метод Зейделя?
20. Яка відмінність між методом простої ітерації і методом Зейделя розв'язування СЛАР?
21. Що називається числом обумовленості матриці?

22. Які задачі розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) називаються погано обумовленими, некоректними?
23. Якими методами забезпечується розв'язання погано обумовлених, некоректних СЛАР?
24. Як використовується метод Гаусса для обчислення визначника матриці?
25. Як використовується метод Гаусса для обчислення оберненої матриці?
26. Суть проблеми власних чисел і власних значень матриці.
27. Суть методу обчислення власних чисел матриці.
28. Як обчислюються власні значення матриці?
29. У чому полягає суть постановки задачі інтерполяції для функцій однієї змінної, заданих своїми значеннями в точках?
30. Записати інтерполяційний многочлен Лагранжа для функцій однієї змінної.
31. Що таке розділені різниці, і як вони обчислюються?
32. Записати інтерполяційний многочлен Ньютона.
33. Яка основна ідея методу інтерполяції сплайнами?
34. Як здійснюється наближення функцій однієї змінної поліноміальним інтерполяційним сплайном?
35. Як здійснюється наближення функцій лінійним інтерполяційним сплайном?
36. Як здійснюється наближення функцій квадратичним або кубічним інтерполяційним сплайном?
37. Які системи лінійних алгебраїчних рівнянь мають місце при знаходженні квадратичного та кубічного інтерполяційного сплайнів?
38. Сформулюйте постановку задачі середньоквадратичного наближення функцій однієї змінної, заданих своїми значеннями в точках.
39. Суть постановки задачі середньоквадратичного наближення функцій багатьох змінних.
40. У чому полягає метод найменших квадратів для середньоквадратичного наближення функцій однієї та багатьох змінних?
41. Ідея методу наближення функцій, заданих своїми значеннями в точках, розкладом їх у ряд Фур'є.
42. За якими системами функцій здійснюється розклад функції, що апроксимується, у ряд Фур'є?

43. Сформулюйте основну ідею швидкого дискретного перетворення Фур'є.
44. У чому полягає метод чисельного диференціювання функцій з використанням інтерполяційного многочлена Ньютона?
45. У чому полягає загальна схема обчислення означених інтегралів?
46. Як забезпечується обчислення означених інтегралів із заданою точністю?
47. Записати алгоритм обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формули прямокутників.
48. Записати алгоритм обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формули трапецій.
49. Записати алгоритм обчислення означених інтегралів із заданою точністю з використанням формули Сімпсона (парабол).
50. Якими методами забезпечується локалізація коренів нелінійних рівнянь на заданому відрізку?
51. Яку умову задовольняє ε -корінь рівняння (розв'язок рівняння із заданою точністю $\varepsilon > 0$)?
52. Записати алгоритм обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (ε -коренів) методом поділу навпіл (бісекцій, або дихотомії).
53. Ідея методу простих ітерацій і умова його збіжності для обчислення ε -коренів нелінійних рівнянь.
54. Записати алгоритм обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (ε -коренів) методом простих ітерацій.
55. Записати алгоритм обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (ε -коренів) методом Ньютона (дотичних).
56. Записати алгоритм методу січних (хорд) обчислення коренів нелінійних рівнянь із заданою точністю (ε -коренів).
57. Ідея методу простих ітерацій і умова його збіжності для обчислення ε -коренів системи нелінійних рівнянь.
58. Записати алгоритм простих ітерацій обчислення коренів системи нелінійних рівнянь із заданою точністю по нев'язці (ε -коренів).
59. У чому полягає ідея методу Ньютона обчислення коренів системи нелінійних рівнянь із заданою точністю по нев'язці (ε -коренів)?
60. При виконанні якої умови забезпечується збіжність методу Ньютона?

61. Яка загальна схема методу знаходження точки і значення мінімуму унімодальної функції однієї змінної?
62. Як забезпечується знаходження кореня (або коренів) нелінійних рівнянь зведенням до знаходження точки (або точок) глобального мінімуму функцій однієї змінної?
63. Записати алгоритм золотого перетину знаходження точки мінімуму унімодальної функції однієї змінної.
64. Записати алгоритм перебору на рівномірній сітці для обчислення із заданою точністю значення глобального мінімуму багатоекстремальної функції однієї змінної, яка задовольняє умову Ліпшиця.
65. Записати алгоритм перебору на нерівномірній сітці для обчислення із заданою точністю значення глобального мінімуму багатоекстремальної функції однієї змінної, яка задовольняє умову Ліпшиця.
66. Як забезпечується розв'язання системи нелінійних рівнянь зведенням до знаходження точки (або точок) глобального мінімуму функції багатьох змінних?
67. Яка загальна схема ітераційного методу спуску для знаходження точки і значення локального мінімуму функції багатьох змінних?
68. Які критерії зупинки використовуються в ітераційних методах спуску для знаходження локального мінімуму функції із заданою точністю?
69. Записати алгоритм мінімізації випуклої функції багатьох змінних з використанням методу градієнтного спуску.
70. Записати алгоритм мінімізації випуклої функції багатьох змінних з використанням методу покоординатного спуску.
71. Записати алгоритм мінімізації випуклої функції багатьох змінних з використанням випадкового напрямку спуску.
72. Яка основна ідея методу штрафних функцій для умовної мінімізації випуклої функції багатьох змінних?
73. У чому полягає суть методу послідовної безумовної мінімізації з використанням функцій нев'язок?
74. Як забезпечується розв'язання вироджених систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з використанням методу штрафних функцій (регуляризатор Тихонова)?

75. У чому полягає ідея алгоритму перебору на рівномірній сітці для обчислення глобального мінімуму багатоекстремальної функції багатьох змінних, що задовольняє умову Ліпшиця?
76. У чому полягає суть методу випадкового пошуку і локального спуску для обчислення глобального мінімуму функції?
77. В чому полягає суть задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь та їх систем?
78. Яка ідея методу Ейлера для розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)?
79. Які існують модифікації методу Ейлера для розв'язання ЗДР?
80. На якій ідеї ґрунтується метод Рунге-Кутта для розв'язування звичайних диференціальних рівнянь?
81. Які умови задовольняє крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР)?
82. Яка ідея методу стрільби (балістичний) розв'язання крайових задач для ЗДР?
83. Яка ідея методу коллокації розв'язання крайових задач для ЗДР?
84. У чому полягає суть методу Гальборкіна розв'язання крайових задач для ЗДР?
85. У чому полягає ідея методу найменших квадратів розв'язання крайових задач для ЗДР?
86. У чому полягає суть методу сіток розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь?
87. Які рівняння називаються диференціальними рівняннями з частинними похідними?
88. Які є типи диференціальних рівнянь з частинними похідними?
89. У чому полягає ідея методу прямих і до розв'язання яких типів диференціальних рівнянь з частинними похідними він застосовується?
90. У чому полягає ідея методу сіток розв'язання крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними (еліптичного, гіперболічного, параболічного типів)?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: Наука, 1987. — 598 с.
2. Бейко И. В., Бублик Б. Н., Зинько П. Н. Методы и алгоритмы решения задач оптимизации. — К.: Вища шк., 1983. — 512 с.
3. Гаврилюк І. П., Макаров В. Л. Методи обчислень. — К.: Вища шк., 2000.
4. Данилович В., Кутнів М. Чисельні методи. — Л.: Кальварія, 1998. — 222 с.
5. Данилович В. Чисельні методи в задачах і вправах: Навч. посіб. — К.: ІСДО, 1995. — 248 с.
6. Калиткин Н. Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
7. Коссак О., Тумашова О., Коссак О. Методи наближених обчислень: Навч. посіб. — Л.: БаК, 2003. — 168 с.
8. Мэтьюз Д. Г., Финк К. Д. Численные методы. Использование MATLAB. — М.: СПб.; К.: Издат. дом “Вильямс”, 2001. — 720 с.
9. Самарський А. А., Гулін А. В. Численные методы. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
10. Фельдман Л. П., Петренко А. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці. — К.: Вид. група ВНУ, 2006. — 480 с.

Додаткова

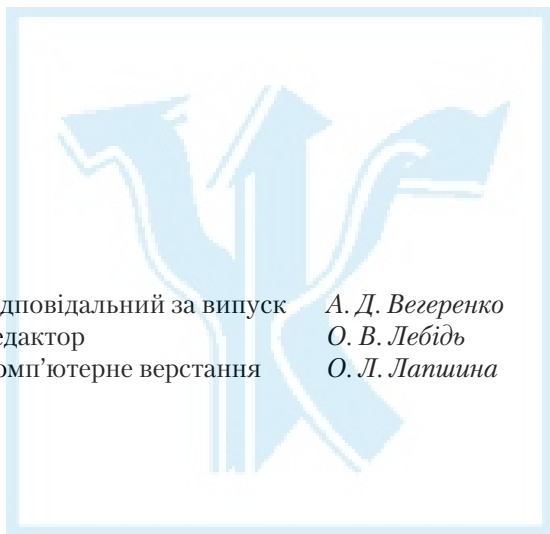
11. Бахвалов Н. С., Лапин А. В., Чижонков Е. В. Численные методы в задачах и упражнениях: Учеб. пособие. — М.: Высш. шк., 2000. — 190 с.
12. Березин Н. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. — В 2 т. — М.: Наука, 1960.
13. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1988. — 552 с.
14. Вержбицкий В. М. Основы численных методов: Учебник для вузов. — М.: Высш. шк., 2002. — 840 с.
15. Волков Е. А. Численные методы. — М.: Наука, 1982.
16. Данилина Н. И., Дубровская Н. С., Кваша О. П. Численные методы. — М.: Высш. шк., 1976. — 386 с.
17. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. — М.: Наука, 1970. — 664 с.

18. *Дьяконов В. П.* Mathematica 4: Учеб. курс. — СПб.: Питер, 2001. — 656 с.
19. *Зеленський К. Х., Ігнатенко В. М., Коц О. П.* Комп'ютерні методи прикладної математики. — К.: Академперіодика, 2002. — 480 с.
20. *Иванов В. В.* Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. — К.: Наук. думка, 1986. — 584 с.
21. *Каханер Д., Моулер К., Нэш С.* Численные методы и математическое обеспечение. — М.: Мир, 1998, — 575 с.
22. *Копченова Н. В., Марон И. А.* Вычислительная математика в примерах и задачах. — М.: Наука, 1972. — 367 с.
23. *Крылов В. И., Бобков В. А., Монастырский А. И.* Вычислительные методы: В 2 т. — М.: Наука, 1976. — Т. 1. — 302 с; 1977. — Т. 2 — 399 с.
24. *Литвин О. М.* Методи обчислень. Додаткові розділи: Навч. посіб. — К.: Наук. думка, 2005. — 344 с.
25. *Ляшко И. И., Макаров В. Л., Скоробогатько А. А.* Методы вычислений. — К.: Высш. шк., 1977. — 408 с.
26. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1980. — 534 с.
27. *Поринев С. В.* Вычислительная математика: Курс лекций. — СПб., 2004. — 320 с.



ЗМІСТ

Пояснювальна записка.....	3
Тематичний план дисципліни “Чисельні методи”	3
Зміст дисципліни “Чисельні методи”	5
Питання для самоконтролю	9
Список літератури.....	14



Відповідальний за випуск	<i>А. Д. Вегеренко</i>
Редактор	<i>О. В. Лебідь</i>
Комп'ютерне верстання	<i>О. Л. Лашина</i>

МАУП

Зам. № ВКЦ-3020

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП