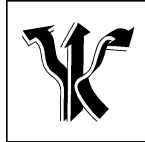
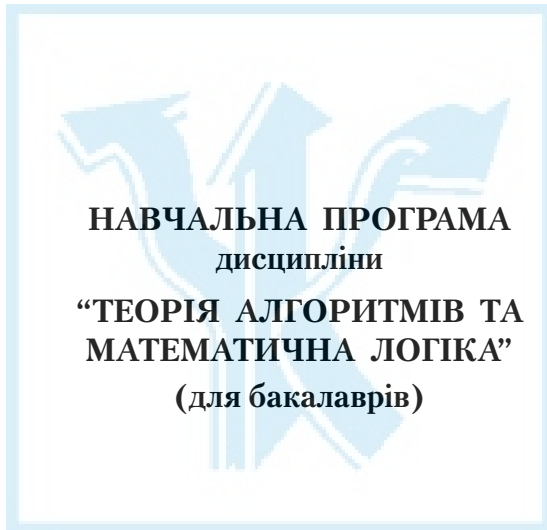


МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП



НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА
МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА”
(для бакалаврів)

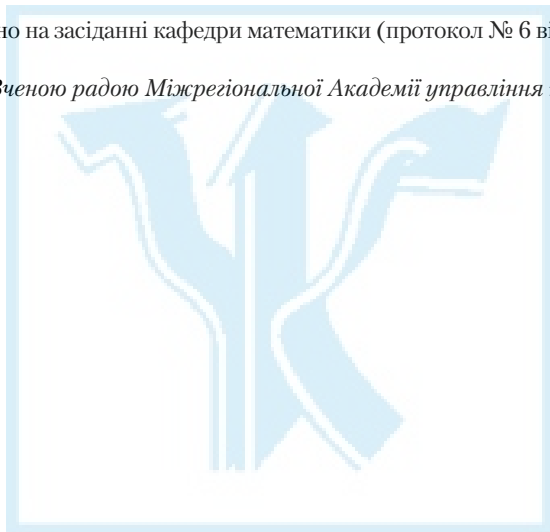
МАУП

Київ 2006

Підготовлено доцентом кафедри прикладної математики
та програмування *Р. М. Трохимчуком*

Затверджено на засіданні кафедри математики (протокол № 6 від 03.02.06)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом



МАУП

Трохимчук Р. М. Навчальна програма дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка” (для бакалаврів). – К.: МАУП, 2006. – 15 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка”, питання для самоконтролю, теми контрольних робіт, список літератури.

© Міжрегіональна Академія
управління персоналом (МАУП),
2006

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Теорія алгоритмів і математична логіка — це розділ сучасної теоретичної (математичної) кібернетики, в якому закладаються основи теорії і практики проектування та використання електронних обчислювальних машин і програмування, формалізації міркувань (зокрема, математичних доведень) і побудови формальних теорій.

Мета вивчення курсу “Теорія алгоритмів та математична логіка” — ознайомитися з основними поняттями, моделями, результатами і методами досліджень у таких розділах сучасної математики, як алгебра висловлень, числення висловлень, логіка предикатів, алгоритмічні системи (нормальні алгоритми Маркова, рекурсивні функції, машини Тьюрінга) та прикладна теорія алгоритмів; навчитись ефективно застосовувати теоретичний математичний апарат для розв’язання практичних задач.

Пропонований навчальний курс належить до основ математики і базується на знаннях і навичках, здобутих при вивченні шкільного курсу математики та курсів дискретної математики, алгебри і програмування.

Завдання курсу — засвоєння теоретичних знань і формування практичних навичок з основ теорії алгоритмів і математичної логіки, необхідних для студентів, що спеціалізуються в галузях прикладної математики та інформатики, математичної кібернетики і в подальшому вивчатимуть такі розділи сучасної кібернетики, як системне програмування, системи автоматизованого управління, системи аналізу і проектування обчислювальної техніки та інших пристроїв дискретної дії, системи опрацювання та передавання інформації, аналіз даних, оптимізація обчислень, системи штучного інтелекту, комп’ютерної графіки, розпізнавання образів тощо.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни

“ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
	Змістовий модуль I. Математична логіка
1	Алгебра висловлень
2	Числення висловлень
3	Логіка предикатів

1	2
4	Змістовий модуль II. Теорія алгоритмів
5	Нормальні алгоритми Маркова
6	Інші алгоритмічні системи (рекурсивні функції, машини Тьюрінга)
6	Прикладна теорія алгоритмів
Разом годин: 216	

ЗМІСТ
дисципліни

“ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ ТА МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА”

Змістовий модуль I. Математична логіка

Тема 1. Алгебра висловлень

Просте (елементарне) висловлення. Логічні операції. Складені висловлення.

Алгебра висловлень. Формула алгебри висловлень і відповідна функція істинності.

Тавтології і суперечності. Нейтральні та виконувані формули.

Рівносильність формул. Методи перевірки рівносильності формул.

Основні закони алгебри висловлень.

Логічний висновок і логічне слідування на базі алгебри висловлень.

Перевірка коректності логічних міркувань на базі алгебри висловлень.

Несуперечність множини висловлень.

Література [1; 3; 6; 8–10; 12; 14–17; 21; 23]

Тема 2. Числення висловлень

Числення (формальна теорія) висловлень. Формули, аксіоми і правила виведення.

Два способи побудови числень: характеристика і порівняльний аналіз.

Поняття виведення, доведення, теореми та метатеореми.

Доведення теорем у численні висловлень.

Похідні правила виведення. Метатеорема дедукції.

Поняття інтерпретації. Числення висловлень і алгебра висловлень.

Основні проблеми числення висловлень (несуперечність, повнота, розв'язність та ін.).

Інші числення висловлень.

Література [3; 8–10; 12; 14–17; 23; 25]

Тема 3. Логіка предикатів

Поняття предиката. Методи задавання предикатів. Область істинності предиката.

Операції над предикатами. Предикатні формули.

Квантори. Область дії квантора. Вільні та зв'язані змінні.

Інтерпретація. Тотожно істинні предикатні формули.

Рівносильність предикатних формул.

Логічне слідування на базі логіки предикатів.

Приклади застосування логіки предикатів для перевірки правильності логічних міркувань та запису математичних означень і тверджень.

Література [3; 6; 8–10; 12; 14–21]

Змістовий модуль II. Теорія алгоритмів

Тема 4. Нормальні алгоритми Маркова

Поняття алгоритму та його властивості. Приклади алгоритмів.

Необхідність формалізації поняття алгоритму.

Алгоритмічна система (модель обчислень), загальна схема її побудови.

Граф-схеми і блок-схеми алгоритмів. Алфавітні алгоритми.

Нормальні алгоритми Маркова. Приклади побудови нормальних алгоритмів.

Принцип нормалізації.

Основні способи композиції нормальних алгоритмів.

Поняття універсального нормального алгоритму. Теорема про універсальний нормальний алгоритм.

Алгоритмічно нерозв'язні проблеми.

Література [3–5; 8–11; 20; 24]

Тема 5. Інші алгоритмічні системи (рекурсивні функції, машини Тьюрінга)

Обчислювані функції. Елементарні арифметичні функції.

Примітивно рекурсивні функції, їх приклади.

Оператор мінімізації. Частково рекурсивні функції. Теза Черча.

Машина Тьюрінга. Структура і функціонування машини Тьюрінга.

Поняття команди, програми і конфігурації.

Приклади побудови програм для машини Тьюрінга.

Універсальна машина Тьюрінга. Теза Тьюрінга.
Проблема зупинки та її алгоритмічна нерозв'язність.
Зв'язок рекурсивних функцій з машинами Тьюрінга.

Література [2–5; 7–11; 13; 24; 26; 27]

Тема 6. Прикладна теорія алгоритмів

Основні кількісні характеристики (сигнальні функції) алгоритмів. Розмірність задачі.

Означення алгоритмічної та обчислювальної складності масової проблеми.

Теорема Колмогорова.

Недетермінована машина Тьюрінга.

Класифікація проблем: класи P і NP, їх змістовна характеристика.

Поняття і приклад NP-повної проблеми.

Поліномна трансформованість проблем.

Легкорозв'язні дискретні задачі. Алгоритми пошуку в масиві.

Алгоритми сортування.

Алгоритми на графах (пошук шляхів, перевірка зв'язності, побудова кістякових дерев, максимальні потоки та ін.).

Приклади важкорозв'язних проблем.

Підходи до розв'язання NP-повних проблем.

Література [1–3; 7; 9; 13; 26; 27]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Що таке просте висловлення? Приклади речень, які є висловленнями і які не є висловленнями.
2. Означення і можлива інтерпретація основних операцій алгебри висловлень (кон'юнкція, диз'юнкція, заперечення, імплікація, еквіваленція).
3. Як визначити істинність чи хибність складеного висловлення, вважаючи відомими значення істинності простих висловлень, з яких воно складається?
4. Що таке логічна структура складеного висловлення?
5. Що таке пропозиційна (висловлювальна) змінна?
6. Сформулювати правила побудови формули алгебри висловлень і відповідної функції істинності.
7. Навести приклад перевірки того, що певна формула алгебри висловлень є тавтологією за допомогою способу відшукування контрприкладу.

8. Яка формула називається тотожно хибною або суперечністю? Навести приклади суперечностей.
9. Що таке нейтральна формула? Навести приклад.
10. Що таке виконувана формула? Обґрунтувати твердження, що кожна нейтральна формула виконувана. Чи правильне обернене твердження?
11. Чи правильне таке твердження: якщо диз'юнкція двох формул є тавтологією, то кожна з цих формул є тавтологією? Відповідь обґрунтувати.
12. Чи правильне таке твердження: якщо кон'юнкція двох формул — тавтологія, то кожна з цих формул є тавтологією? Відповідь обґрунтувати.
13. Довести, що коли $A \rightarrow B$ і $A \rightarrow \neg B$ — тавтології, то $\neg A$ — тавтологія (метод доведення від супротивного).
14. Довести, що коли $A \vee B$ і $\neg A \vee C$ — тавтології, то $B \vee C$ — тавтологія.
15. Сформулювати та обґрунтувати правила підстановки і заміни.
16. Означення формули, сильнішої (слабшої), ніж інша формула.
17. Довести, що формули алгебри висловлень рівносильні тоді й тільки тоді, коли кожна з них сильніша від іншої.
18. Проблема розв'язності, її зв'язок з проблемою перевірки рівносильності формул.
19. Навести різні інтерпретації операції імплікації та назви її операндів.
20. Чи логічно еквівалентні твердження “Неправильно, що а тоді й тільки тоді, коли b” і “Неправильно, що а тоді, коли b, і неправильно, що а тільки тоді, коли b”? Відповідь обґрунтувати.
21. Означення логічного слідування і логічного висновку на базі алгебри висловлень.
22. Навести і обґрунтувати приклади коректних і некоректних логічних міркувань.
23. Чи може правильна вивідність мати хибний висновок? Відповідь обґрунтувати.
24. Чи може неправильна вивідність мати істинний висновок? Відповідь обґрунтувати.
25. Чи може бути правильною вивідність, у якої всі посилки хибні, а висновок істинний?
26. Що можна сказати про вивідність, усі посилки якої істинні, а висновок хибний?

27. Яка множина висловлень називається несуперечною (сумісною)? Як перевірити несуперечність певної множини висловлень?
28. Навести приклади несуперечної та суперечної множин висловлень.
29. Що таке числення (формальна теорія)? Загальна схема побудови числення (аксіоматичний метод).
30. Поняття формули, аксіоми, правила виведення, виведення, доведення, теореми і метатеореми.
31. Числення висловлень. Алфавіт, формула, список аксіом, правила виведення.
32. Що таке схема формул? Навести приклади.
33. Теореми числення висловлень. Приклади доведення простих теорем.
34. Що таке похідне правило виведення? Навести приклади застосування похідних правил.
35. Сформулювати метатеорему дедукції. Продемонструвати застосування метатеореми дедукції для доведення теорем.
36. Сформулювати та обґрунтувати обернену метатеорему дедукції.
37. Рівносильність формул числення висловлень.
38. Сформулювати метатеорему про заміну.
39. Сформулювати і довести метатеорему еквівалентності.
40. Поняття інтерпретації числення. Числення висловлень і алгебра висловлень.
41. Основні проблеми числення висловлень (несуперечність, повнота, розв'язність).
42. Поняття предиката. Методи задавання предикатів. Пропозиційна форма.
43. Навести приклади предикатів. Що таке предметна область і область істинності предиката?
44. Описати зв'язок між кожним з понять — висловлення, відповідність, відношення — і поняттям предиката.
45. Операції над предикатами. Предикатні формули.
46. Відповідність між областю істинності предикатної формули та областями істинності її операндів.
47. Означення квантора загальності та квантора існування. Що таке область дії квантора?
48. Вільні та зв'язані змінні.
49. Що таке замкнена формула? Навести приклади.
50. Поняття інтерпретації.

51. Що таке виконувана формула? Навести приклади.
52. Які предикатні формули називають рівносильними? Навести приклади та обґрунтувати рівносильність певних предикатних формул.
53. Означення логічного слідування на базі логіки предикатів.
54. Неформальні уявлення про алгоритм. Основні властивості алгоритмів.
55. Приклади алгоритмічних процедур.
56. Необхідність уточнення поняття алгоритму. Проблеми алгоритмічної розв'язності та алгоритмічної нерозв'язності.
57. Поняття алгоритмічної системи. Загальна схема побудови алгоритмічної системи.
58. Граф-схеми і блок-схеми алгоритмів.
59. Алфавітні алгоритми.
60. Означення нормального алгоритму Маркова.
61. Що називають результатом дії нормального алгоритму?
62. Задавання нормальних алгоритмів Маркова за допомогою граф-схем Калужніна.
63. Навести приклад нормального алгоритму Маркова і описати процедуру його реалізації для конкретного вхідного слова.
64. Пояснити, що означає таке: нормальний алгоритм застосовний до певного вхідного слова.
65. Сформулювати та пояснити принцип нормалізації.
66. Основні способи композиції нормальних алгоритмів (суперпозиція, об'єднання, розгалуження, ітерація).
67. Теорема про універсальний нормальний алгоритм і її значення.
68. Поняття обчислюваної функції.
69. Схема примітивної рекурсії для одномісної функції.
70. Означення примітивно рекурсивної функції. Навести приклад.
71. Означення частково рекурсивної функції.
72. Чому будь-яка примітивно рекурсивна функція є частково рекурсивною?
73. Теза Черча.
74. Зв'язок між нормальними алгоритмами і частково рекурсивними функціями.
75. Структура і принцип функціонування машини Тьюрінга.
76. Поняття команди, конфігурації і програми машини Тьюрінга.
77. Теза Тьюрінга.

78. Проблема зупинки. Обґрунтувати твердження про алгоритмічну нерозв'язність проблеми зупинки.
79. Зв'язок машин Тьюрінга і частково рекурсивних функцій.
80. Інші моделі обчислень (РАМ-машина, РАЗП-машина, спрощений АЛГОЛ, недетермінована машина Тьюрінга).
81. Побудова та оцінка алгоритмів. Оптимізація алгоритмів за різними показниками.
82. Проблеми і мови. Поняття розмірності масової проблеми.
83. Основні кількісні характеристики алгоритмів. Статична і динамічна складності алгоритмів.
84. Поняття зведення (трансформування) однієї проблеми до іншої. Приклади зведення.
85. Залежність обчислювальної складності від використовуваної моделі обчислень.
86. Класифікація проблем: класи P і NP, їх змістовна характеристика.
87. Зведення задачі про кліку у графі до проблеми виконуваності.
88. Зведення задачі про вершинне покриття до задачі про кліку у графі.
89. Сформулювати та обґрунтувати NP-повноту кількох проблем.
90. Легкорозв'язні дискретні задачі.
91. Основні алгоритми пошуку в масивах та їх порівняльний аналіз.
92. Постановка проблеми сортування. Основні методи реалізації сортування та їх оцінки.
93. Алгоритми на графах. Методи перевірки зв'язності графа.
94. Пошук шляхів у графах: вглиб і вишир.
95. Порівняльний аналіз алгоритмів пошуку шляхів у графі.
96. Алгоритм для реалізації обмеженого пошуку вглиб (АОПГ).
97. Алгоритм, що реалізує метод поступового заглиблення (АПЗ).
98. Модифікації алгоритмів пошуку (вглиб і вишир), які визначають деяке кістякове дерево графа.
99. Підходи до розв'язання NP-повних проблем.

ТЕМИ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Змістовий модуль I. Математична логіка

1. Поняття простого (елементарного) висловлення. Основні логічні операції та їх інтерпретація. Складені висловлення.
2. Алгебра висловлень. Формула алгебри висловлень і відповідна функція істинності. Побудова таблиці істинності.
3. Тавтології і суперечності. Нейтральні та виконувані формули.

4. Рівносильність формул. Методи перевірки рівносильності формул.
5. Логічний висновок і логічне слідування на базі алгебри висловлень.
6. Перевірка коректності логічних міркувань на базі алгебри висловлень.
7. Несуперечність множини висловлень. Розв'язування логічних задач.
8. Числення (формальна теорія). Принципи побудови числення (аксіоматичний метод). Загальна схема побудови.
9. Поняття формули, аксіоми, правила виведення, виведення, доведення, теореми і метатеореми.
10. Числення висловлень. Алфавіт, формула, список аксіом, правила виведення.
11. Два способи побудови числення: характеристика та порівняльний аналіз.
12. Теореми числення висловлень. Приклади доведення теорем.
13. Виведення формул числення висловлень з множини формул.
14. Похідні правила виведення і їх застосування для доведення теорем числення висловлень.
15. Метатеорема дедукції. Використання метатеореми дедукції для доведення теорем.
16. Рівносильність формул числення висловлень.
17. Поняття інтерпретації. Числення висловлень і алгебра висловлень.
18. Основні проблеми числення висловлень.
19. Поняття предиката. Методи задавання предикатів. Пропозиційна (висловлювальна) форма.
20. Предметна область та область істинності предиката. Предикати і відношення.
21. Операції над предикатами. Предикатні формули.
22. Квантори загальності та існування. Область дії квантора. Вільні та зв'язані змінні.
23. Інтерпретація. Тотожно істинні предикатні формули.
24. Рівносильність предикатних формул. Методи обґрунтування рівносильності.
25. Логічне слідування на базі логіки предикатів.
26. Приклади застосування логіки предикатів для перевірки правильності логічних міркувань та запису математичних означень і тверджень.

Змістовий модуль II. Теорія алгоритмів

1. Поняття алгоритму та його властивості. Приклади алгоритмічних процедур.
2. Граф-схеми і блок-схеми алгоритмів. Алфавітні алгоритми.
3. Нормальні алгоритми Маркова.
4. Побудова нормальних алгоритмів виконання основних арифметичних дій (додавання, віднімання, множення, визначення НСД та ін.) та алфавітних перетворень.
5. Основні способи композиції нормальних алгоритмів.
6. Поняття універсального нормального алгоритму. Схеми побудови універсального нормального алгоритму.
7. Приклад алгоритмічно нерозв'язної проблеми (проблема самозастосовності).
8. Елементарні арифметичні функції. Оператори суперпозиції і примітивної рекурсії.
9. Поняття примітивно рекурсивної функції. Приклади.
10. Оператор мінімізації. Частково рекурсивні функції. Теза Черча.
11. Машина Тьюрінга: структура і принцип функціонування.
12. Поняття команди, програми і конфігурації.
13. Приклади побудови програм для машини Тьюрінга.
14. Універсальна машина Тьюрінга, схема побудови. Теза Тьюрінга.
15. Проблема зупинки та її алгоритмічна нерозв'язність.
16. Зв'язок рекурсивних функцій з машинами Тьюрінга.
17. Розмірність масової проблеми.
18. Побудова та оцінка алгоритмів. Оптимізація алгоритмів за різними показниками.
19. Порівняльний аналіз алгоритмів.
20. Означення і властивості алгоритмічної складності. Теорема Колмогорова.
21. Міри складності обчислень (сигнальні функції).
22. Класифікація проблем: класи P і NP. Поняття і приклад NP-повної проблеми.
23. Поліномна трансформованість проблем. Обґрунтування NP-повноти різних проблем.
24. Легкорозв'язні дискретні задачі. Алгоритми пошуку в масиві.
25. Алгоритми сортування.
26. Алгоритми на графах (пошук шляхів, перевірка зв'язності, побудова кістякових дерев, максимальні потоки та ін.).
27. Приклади важкорозв'язних проблем.
28. Підходи до розв'язання NP-повних задач.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Андерсон Д. А.* Дискретная математика и комбинаторика. — М.: Вильямс, 2003.
2. *Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж.* Построение и анализ вычислительных алгоритмов. — М.: Мир, 1979.
3. *Бардачов Ю. М., Соколова Н. А., Ходаков В. Е.* Дискретна математика. — К.: Вища шк., 2002.
4. *Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А.* Задачи и упражнения по курсу дискретной математики. — М.: Наука, 1992.
5. *Глушков В. М.* Введение в кибернетику. — К.: Изд-во АН УССР, 1964.
6. *Гиндикин С. Г.* Алгебра логики в задачах. — М.: Наука, 1972.
7. *Эри М., Джонсон Д.* Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
8. *Калуужнін Л. А., Королюк В. С.* Алгоритми і математичні машини. — К.: Вища шк., 1964.
9. *Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М.* Дискретная математика для инженера. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
10. *Лавров И. А., Максимова Л. Л.* Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: Наука, 1975.
11. *Мальцев А. И.* Алгоритмы и рекурсивные функции. — М.: Наука, 1965.
12. *Новиков П. С.* Элементы математической логики. — М.: Наука, 1973.
13. *Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н.* Комбинаторные алгоритмы. — М.: Мир, 1980.
14. *Столл Р.* Множества. Логика. Аксиоматические теории. — М.: Просвещение, 1968.
15. *Трохимчук Р. М.* Дискретна математика. — К.: МАУП, 2006.
16. *Хромой Я. В.* Математична логіка. — К.: Вища шк., 1983.
17. *Хромой Я. В.* Збірник задач і вправ з математичної логіки. — К.: Вища шк., 1978.

Додаткова

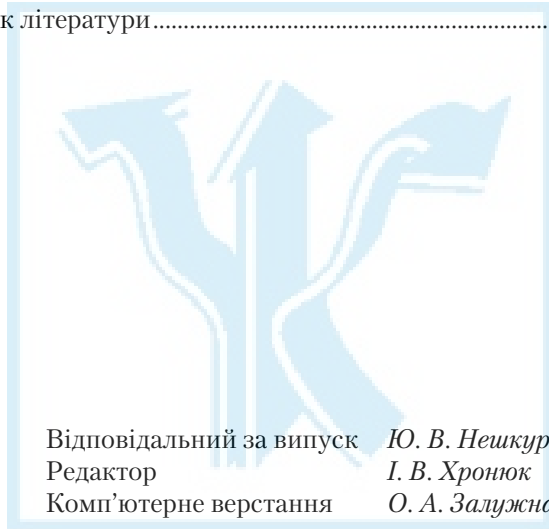
18. *Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А.* Сборник задач по дискретной математике. — М.: Наука, 1977.
19. *Глушков В. М., Цейтлин Г. Е., Ющенко Е. Л.* Алгебра, языки, программирование. — 3-е изд., перераб. и доп. — К.: Наук. думка, 1989.

20. *Гудман С., Хидетниеми С.* Введение в разработку и анализ алгоритмов. — М.: Мир, 1981.
21. *Клини С.* Математическая логика. — М.: Мир, 1973.
22. *Липский В.* Комбинаторика для программистов. — М.: Мир, 1988.
23. *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. — М.: Мир, 1976.
24. *Минский М.* Вычисления и автоматы. — М.: Мир, 1971.
25. *Новиков Ф. А.* Дискретная математика для программистов. — СПб.: Питер, 2000.
26. *Трахтенброт Б. А.* Алгоритмы и вычислительные машины. — М.: Сов. радио, 1974.
27. *Тьюринг А.* Может ли машина мыслить? — М.: Физматгиз, 1960.



ЗМІСТ

Пояснювальна записка	3
Тематичний план дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка”	3
Зміст дисципліни “Теорія алгоритмів та математична логіка”	4
Питання для самоконтролю.....	6
Теми контрольних робіт	10
Список літератури.....	13



МАУП

Зам. № ВКЦ-2756

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП