

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА  
дисципліни  
“ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”  
(для бакалаврів)

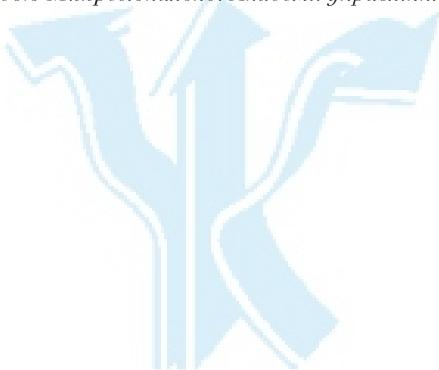
МАУП

Київ 2006

Підготовлено доцентом кафедри математики *Н. Б. Чорнай*, професорами кафедри математики *Р. К. Чорнеєм і О. О. Юньковою*

Затверджено на засіданні кафедри математики  
(протокол № 8 від 30.03.06)

*Схвалено Вченого радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*



**Чорнай Н. Б., Чорнай Р. К., Юнькова О. О.** Навчальна програма дисципліни “Дослідження операцій” (для бакалаврів). — К.: МАУП, 2006. — 24 с.

Навчальна програма містить поясннювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Дослідження операцій”, вказівки до виконання контрольної роботи, задачі для контрольної роботи, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія  
управління персоналом (МАУП),  
2006

## **ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

Більшість завдань, що виникають у суспільстві, пов’язані з керованими явищами, тобто з явищами, які регулюються на підставі свідомо прийнятих рішень. Система дій, об’єднаних єдиним задумом і спрямованих на досягнення поставленої мети, називається операцією. Будь-яка економічна операція потребує досконалого знання рушійних сил процесу і засобів для досягнення поставленої мети, а також наслідків, до яких приведе певне економічне рішення. Дослідження операцій – це науковий підхід до розв’язання задач організаційного керування, зокрема, кількісного обґрунтування управлінських рішень.

Предмет вивчення дисципліни “Дослідження операцій” становлять моделі та методи системного аналізу, способи дослідження і аналізу операцій.

Основна мета вивчення дисципліни “Дослідження операцій” – ознайомитись з особливостями операційного підходу до розв’язання задач керування організаційними системами, формалізації таких задач і побудови їх математичних моделей, а також застосування методів оптимізації до розв’язання цих задач.

Засвоєння основних понять і принципів дослідження операцій сприятиме їх широкому застосуванню при постановці та розв’язанні типових задач підвищення ефективності економічної діяльності, розробці шляхів ефективного керування організаційними системами і прийняттю обґрунтованих управлінських рішень на різних стадіях виробництва.

Дослідження операцій – це фундаментальна дисципліна, що пereбуває на стику математики, економіки та системного аналізу. Постановки всіх задач мають економічний зміст, розв’язання їх потребує системного підходу і базується на загальних методиках розв’язання екстремальних задач, що вивчаються в курсі математичного програмування.

У програмі курсу розглядаються задачі оптимального розподілу ресурсів, управління запасами і забезпечення устаткуванням (задачі заміни обладнання), транспортні та мережеві задачі, задачі масового обслуговування, прийняття рішень в умовах ризику (стохастичні задачі), невизначеності, конфлікту (матричні ігри), а також багатокритеріальні. Для розв’язання перелічених задач застосовуються методи лінійного, цілочислового, нелінійного і динамічного програмування, елементи теорії ігор і сіткового планування, а також методи багатокритеріальної оптимізації.

Для перевірки засвоєння теоретичної частини вивченого матеріалу подаються питання для самоконтролю. Оволодіння практичними навичками розв'язання типових оптимізаційних задач перевіряється контрольною роботою.

**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
***дисципліни***  
**“ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”**

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	<b>Змістовий модуль I. Управління розподілом ресурсів і запасів</b> Основні поняття та принципи дослідження операцій
2	Задачі оптимального розподілу ресурсів
3	Оптимізаційні задачі управління запасами і забезпечення устаткуванням
4	<b>Змістовий модуль II. Мережі, особливі умови прийняття рішень</b> Транспортні та мережеві задачі. Елементи теорії масового обслуговування
5	Задачі з умовами невизначеності, конфлікту і задачі багатокритеріальної оптимізації
Разом годин: 81	

**ЗМІСТ**  
***дисципліни***  
**“ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ”**

**Змістовий модуль I. Управління розподілом ресурсів і запасів**

***Тема 1. Основні поняття та принципи дослідження операцій***

1. Математичне моделювання економічних явищ і процесів.
2. Операція як система дій, спрямованих на досягнення мети. Засоби досягнення мети (ресурси та способи їх використання).
3. Проблема прийняття рішень. Особа, яка приймає рішення. Інші елементи рішення.

4. Математичні моделі операцій. Змінні та параметри моделі. Керовані та результативні змінні. Загальна постановка оптимізаційної задачі. Цільова функція. Допустима множина розв'язків. Оптимальний розв'язок.
5. Класифікація математичних моделей операцій. Аналітичні та статистичні моделі. Моделі індивідуального та колективного вибору рішення. Статичні та динамічні моделі. Прийняття рішень в умовах визначеності, невизначеності та ризику.
6. Проблема прийняття рішення за умови багатьох критеріїв.
7. Прямі та обернені задачі дослідження операцій.
8. Основні етапи операційного дослідження.

*Література [1; 2; 5; 7–12; 16; 17]*

## ***Тема 2. Задачі оптимального розподілу ресурсів***

1. Задачі виробничого планування: вибір оптимального асортименту; задача завантаження виробничого обладнання; задача про призначення. Побудова статичних лінійних оптимізаційних моделей. Методи розв'язання задачі лінійного програмування; транспортної задачі; задачі про призначення.
2. Якісний аналіз лінійних моделей. Аксіоми лінійності. Економічна інтерпретація двоїстих задач. Аналіз стійкості задач лінійного програмування.
3. Матричні балансові моделі. Оптимізація потоків у матричних моделях. Порядок розрахунку основних показників плану.
4. Моделювання оптимального розвитку підприємства. Оптимізація виробничих витрат. Застосування методів нелінійного програмування до розв'язання задач оптимізації виробництва. Функція Лагранжа та метод множників Лагранжа. Теорія двоїстості для нелінійних оптимізаційних задач. Ітераційні методи пошуку оптимального розв'язку задач нелінійного програмування.
5. Динамічні задачі виробничого планування. Приклади багатоетапних оптимізаційних задач. Задача розподілу інвестиційних ресурсів між об'єктами. Загальна постановка задач динамічного програмування. Принцип оптимальності Белмана. Основне функціональне рівняння задачі динамічного програмування. Розв'язання задач динамічного програмування при заданих початкових чи кінцевих умовах.

*Література [1; 2; 5; 7–10; 17]*

### **Тема 3. Оптимізаційні задачі управління запасами і забезпечення устаткуванням**

1. Сутність проблеми управління запасами. Задачі оптимізації поточних запасів за різних умов постачання. Методи регулювання запасів. Задача планування та зберігання продукції в умовах неоднакового попиту в різні періоди.
2. Задачі динамічного управління ресурсами. Задача про використання робочої сили. Динамічна задача управління матеріальними запасами.
3. Сутність і класифікація задач ремонту та заміни обладнання. Оптимізація термінів заміни обладнання однотипним чи продуктивнішим. Динамічна модель заміни обладнання.

*Література [1; 2; 5; 7–10; 17]*

### **Змістовий модуль II. Мережі, особливі умови прийняття рішень**

#### **Тема 4. Транспортні та мережеві задачі. Елементи теорії масового обслуговування**

1. Загальні поняття теорії графів. Лінійний граф. Вузли та дуги. Орієнтований граф. Шлях, контур, орієнтований ланцюг, цикл.
2. Класична транспортна задача як задача на мережі. Модель з проміжними пунктами. Вибір найкоротшого шляху. Потоки в мережах. Задача про максимальний потік.
3. Задача планування комплексу робіт. Структурна таблиця комплексу робіт. Впорядкування і ранжування робіт. Сітковий і часовий графіки робіт. Критичний шлях. Загальна структура методу розв'язання задачі сіткового планування. Оптимізація комплексу робіт.
4. Поняття про системи масового обслуговування. Типи систем масового обслуговування (СМО): з відмовами; з чергою; обслуговування з пріоритетом; багатофазове обслуговування.
5. Канал обслуговування та потік замовлень. Математичний опис потоку вимог, опис дисципліні черги; математичний опис обробки вимог. Найпростіші СМО та їх характеристики.

*Література [1; 2; 4; 5; 7; 8; 10–13; 16; 17]*

## **Тема 5. Задачі з умовами невизначеності, конфлікту і задачі багатокритеріальної оптимізації**

1. Прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності. Одно- та двоетапні задачі стохастичного програмування. Застосування статистичних оцінок для розв'язання одноетапних задач стохастичного програмування.
2. Розв'язання двоетапних задач стохастичного програмування. Задачі зі стохастичними обмеженнями.
3. Антагоністичні матричні ігри. Основні поняття: платіжна матриця, нижня та верхня ціни гри. Поняття чистої та мішаної стратегії. Принцип мінімакса. Сідлова точка матриці. Розв'язання матричної гри в мішаних стратегіях. Геометричне розв'язання матричної гри. Зведення матричної гри до задач лінійного програмування.
4. Сутність системного підходу та його зв'язок з багатокритеріальними задачами. Ознаки складних систем. Множина альтернатив та відношення переваги. Порівняння альтернатив за векторним критерієм. Ефективні альтернативи та їх властивості. Множина еквівалентних критеріїв. Парето-оптимальні рішення. Метод послідовних поступок. Теорема Ерроу.

*Література [6–10; 13–15; 17]*

## **ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Контрольна робота складається з десяти задач. Кожне практичне завдання містить 10 варіантів. Варіант контрольного завдання студенти вибирають за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (цифрі “0” відповідає варіант 10). Якщо в умові задачі використана буква “N”, то її значення збігається з номером варіанта.

Контрольну роботу виконують у зошиті або на аркушах паперу формату А-4 з полями для позначок викладача. При виконанні кожного завдання необхідно вказати його номер і переписати умову. Розв'язання задачі обов'язково потрібно супроводжувати поясненнями. У розрахунках слід використовувати правила наближених обчислень.

## ЗАДАЧІ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

### Задача 1

За допомогою метода множників Лагранжа розв'язати задачу мінімізації витрат виробництва  $z = z(x_1, x_2)$ , знайшовши обсяг факторів виробництва, які при заданих цінах факторів  $p_1, p_2$  не перевищують бюджетного обмеження  $C$ , тобто розв'язати задачу  $z \rightarrow \min$  за умови  $p_1 x_1 + p_2 x_2 = C$ ,  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ .

Вихідні дані за варіантами наведено в таблиці.

Варіант	$p_1$	$p_2$	$C$	$z$
1	2	5	10	$2x_1^2 + 3x_2^2 - 20x_1 - 24x_2$
2	1	4	8	$x_1^2 + 2x_2^2 - 12x_1 - 14x_2$
3	3	2	15	$3x_1^2 + 2x_2^2 - 24x_1 - 20x_2$
4	5	3	30	$2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 14x_2$
5	4	3	12	$2x_1^2 + 5x_2^2 - 10x_1 - 25x_2$
6	1	2	4	$12x_1^2 + 9x_2^2 - 24x_1 - 18x_2$
7	6	5	30	$4x_1^2 + 7x_2^2 - 12x_1 - 49x_2$
8	8	9	72	$2x_1^2 + 11x_2^2 - 20x_1 - 22x_2$
9	3	4	24	$5x_1^2 + 13x_2^2 - 15x_1 - 26x_2$
10	1	1	10	$x_1^2 + 9x_2^2 - 2x_1 - 54x_2$

### Задача 2

Розв'язати задачу про оптимальне призначення робітників, якщо відома продуктивність праці кожного  $i$ -го робітника ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), який виконує роботу на  $j$ -му верстаті ( $j = 1, 2, 3$ ).

Фахівець			
1	$5 + N$	$14 - N$	$N$
1	8	$2 + N$	9
1	2	4	$6 + N$
1	5	$2N$	10
Верстат	1	1	1

### Задача 3

Нехай у вас є деяка сума грошей  $x$ , яку ви маєте намір вкладти у власний бізнес. Однак ви вагаєтесь, в якій саме сфері діяльності вести власний бізнес. Прибуток від вкладання суми  $y$  у сферу діяльності А за рік становитиме  $g(y)$ , у сферу діяльності Б (в яку ви вкладаєте решту коштів  $x - y$ ) —  $h(x - y)$ . Наприкінці року кошти, вкладені у сферу діяльності А, становитимуть  $a(y)$ , у сферу діяльності Б —  $b(x - y)$ . У кінці кожного року кошти, що залишилися, вкладаються знову. Необхідно розподілити кошти так, щоб сумарний прибуток за 4 роки був максимальний, якщо:

- 1)  $g(y) = 0,8y$ ;  $h(x - y) = 0,5(x - y)$ ;  $a(y) = 0,3y$ ;  $b(x - y) = 0,6(x - y)$ ;
- 2)  $g(y) = 0,6y$ ;  $h(x - y) = 0,3(x - y)$ ;  $a(y) = 0,2y$ ;  $b(x - y) = 0,7(x - y)$ ;
- 3)  $g(y) = 0,7y$ ;  $h(x - y) = 0,4(x - y)$ ;  $a(y) = 0,4y$ ;  $b(x - y) = 0,8(x - y)$ ;
- 4)  $g(y) = 0,9y$ ;  $h(x - y) = 0,5(x - y)$ ;  $a(y) = 0,4y$ ;  $b(x - y) = 0,6(x - y)$ ;
- 5)  $g(y) = 0,3y$ ;  $h(x - y) = 0,8(x - y)$ ;  $a(y) = 0,7y$ ;  $b(x - y) = 0,5(x - y)$ ;
- 6)  $g(y) = 0,2y$ ;  $h(x - y) = 0,5(x - y)$ ;  $a(y) = 0,7y$ ;  $b(x - y) = 0,4(x - y)$ ;
- 7)  $g(y) = 0,3y$ ;  $h(x - y) = 0,8(x - y)$ ;  $a(y) = 0,5y$ ;  $b(x - y) = 0,3(x - y)$ ;
- 8)  $g(y) = 0,2y$ ;  $h(x - y) = 0,5(x - y)$ ;  $a(y) = 0,9y$ ;  $b(x - y) = 0,3(x - y)$ ;
- 9)  $g(y) = 0,9y$ ;  $h(x - y) = 0,6(x - y)$ ;  $a(y) = 0,4y$ ;  $b(x - y) = 0,7(x - y)$ ;
- 10)  $g(y) = 0,6y$ ;  $h(x - y) = 0,4(x - y)$ ;  $a(y) = 0,2y$ ;  $b(x - y) = 0,5(x - y)$ .

### Задача 4

Розв'язати задачу з управління виробництвом товарів і запасами на складах за умови, що місткість складів і потужності підприємства обмежені, а попит на продукцію підприємства змінний. Вихідні дані наведено в таблиці.

Номер кварталу $t$	1	2	3	4
Попит на продукцію $P_t$	4	2	6	3
Виробництво $x_t$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
Запас продукції на складі $S_t$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4 = 0$

Визначити обсяги виробництва  $x_t$  і запаси продукції  $S_t$  протягом чотирьох кварталів  $t = 1, 2, 3, 4$  так, щоб загальні витрати на виробництво і зберігання продукції були мінімальні, якщо відомо, що на початок року склади не заповнені ( $S_0 = 0$ ), місткість складів обмежена  $S_t \leq 4$ , а також існує обмеження з виробництва  $x_t \leq 5$ . Витрати на виробництво товарів  $CV_t$  і їх зберігання  $CZ_t$  обчислюються за таким правилом:  $CV_t = N(1 + 0,3x_t)$ ;  $CZ_t = N(0,5 + 0,4S_t)$ , де  $N$  – остання цифра номера залікової книжки (замість цифри “0” брати 10).

### Задача 5

Розв'язати задачу мінімізації витрат, пов'язаних з наймом і звільненням працівників, на базі даних, наведених у таблиці.

Місяць	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$
Кількість працівників за нормою – $m_j$	–	3	4	1	2
Фактична кількість працівників – $x_j$	X0 = 5	X1	X2	X3	X4

Додаткові витрати з найму і звільнення працівників визначаються функцією

$$f_j(x_j) = a|x_j - x_{j-1}|,$$

а витрати виробництва, пов'язані з відхиленням від норми фактичної кількості працівників,

$$g_j(x_j) = b|x_j - m_j|.$$

Значення параметрів  $a, b$  визначаються для кожного варіанта за правилом

$$a = \begin{cases} 1,2N, & \text{якщо } x_j > x_{j-1}, \\ N, & \text{якщо } x_j < x_{j-1}; \end{cases} \quad b = \begin{cases} 0,7N, & \text{якщо } x_j > m_j, \\ 2N, & \text{якщо } x_j < m_j. \end{cases}$$

В усіх формулах  $N$  – остання цифра номера залікової книжки.

### Задача 6

Розв'язати задачу про визначення оптимального терміну заміни обладнання для п'ятирічного періоду роботи підприємства, яке на початок дослідженого періоду має нове обладнання.

Розрахунки виконати на основі статистичних даних про прибутковість обладнання (прибутки від реалізації виробленої продукції)  $P_t$  і вартість його утримання (експлуатаційні витрати)  $EK_t$  протягом п'ятирічного терміну експлуатації.

Вихідні дані наведено в таблиці.

Вік обладнання, років	0	1	2	3	4	5
Прибутковість $P_p$ , тис. грн.	$25N+3$	$22N+2$	$18N$	$15N$	$12N$	$10N$
Експлуатаційні витрати $EK_p$ , тис. грн.	$5N$	$6N$	$7N$	$9N$	$11N$	$12N$

Вартість нового обладнання  $V_0 = 12N$  тис. грн, а залишкова вартість використаного обладнання  $VZ_t = 0$  незалежно від терміну експлуатації обладнання.

### Задача 7

Припустимо, що один і той самий вид товару на певній території виробляють дві фірми-конкуренти. Причому, для вироблення товару вони можуть вибрати одну з технологій T1, T2, T3. При виборі різних технологій змінюються деякі якісні параметри продукції, що виготовляється (наприклад, зменшується собівартість, але разом з тим і якість). Якщо перша фірма вибирає технологію  $T_j$ , а друга —  $T_i$ , то частка ринку першої фірми перевищуватиме частку ринку другої фірми на  $a_{ji}$  %. Знайти оптимальні змішані стратегії першої та другої фірм, якщо матриця переваги першої фірми над другою на ринку у відсотках має такий вигляд:

$$1) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 12 \\ -4 & 3 & 24 \\ 7 & 11 & -3 \end{pmatrix};$$

$$2) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 13 \\ 1 & -3 & 21 \\ 3 & 10 & -2 \end{pmatrix};$$

$$3) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 10 \\ 1 & 3 & 25 \\ 9 & 14 & -5 \end{pmatrix};$$

$$4) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 4 & -4 & 19 \\ 11 & 10 & 15 \\ -7 & 9 & 2 \end{pmatrix};$$

$$5) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} -5 & -8 & 12 \\ 14 & 6 & 36 \\ 7 & 10 & -3 \end{pmatrix};$$

$$6) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 21 & -8 & 17 \\ 26 & -3 & 2 \\ 17 & 9 & 78 \end{pmatrix};$$

$$7) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 2 & 38 & -11 \\ 47 & 8 & -14 \\ 6 & 9 & 18 \end{pmatrix};$$

$$8) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 16 & 68 & 11 \\ 5 & 35 & -4 \\ 28 & 3 & -3 \end{pmatrix};$$

$$9) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ -4 & 17 & 18 \\ -8 & 3 & 13 \end{pmatrix};$$

$$10) \quad \tilde{N} = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 15 \\ 11 & -7 & 13 \\ 5 & 8 & 19 \end{pmatrix}.$$

### **Задача 8**

Скласти структурно-часовий графік комплексу робіт згідно зі структурно-часовою таблицею. Визначити критичний шлях і загальний час виконання комплексу робіт. Зазначити на графі критичні роботи.

Вважаючи, що основним ресурсом при виконанні проекту є працівники і на весь період його виконання виділяється постійна кількість працівників, яка дорівнює середньодобовій потребі, визначити терміни виконання проекту за допомогою послідовного та паралельного способів розподілу ресурсів.

#### **Варіант 1**

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсів
1	$a_1$		3	6
2	$a_2$	$a_1$	4	8
3	$a_3$	$a_1$	5	10
4	$a_4$	$a_3$	4	15
5	$a_5$	$a_2$	6	5
6	$a_6$	$a_4, a_5$	5	8

#### **Варіант 2**

№ пор	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		4	3
2	$a_2$	$a_1$	5	5
3	$a_3$	$a_1$	6	7
4	$a_4$	$a_2, a_3$	3	6
5	$a_5$	$a_3, a_4$	2	9
6	$a_6$	$a_4, a_5$	2	8

### Варіант 3

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		3	5
2	$a_2$	$a_1$	5	6
3	$a_3$	$a_1$	7	3
4	$a_4$	$a_2$	4	9
5	$a_5$	$a_2, a_3$	6	6
6	$a_6$	$a_4, a_5$	8	7

### Варіант 4

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		4	8
2	$a_2$	$a_1$	3	5
3	$a_3$	$a_1, a_2$	6	8
4	$a_4$	$a_2$	5	9
5	$a_5$	$a_2, a_3$	7	10
6	$a_6$	$a_4, a_5$	2	5

### Варіант 5

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		1	5
2	$a_2$	$a_1$	2	6
3	$a_3$	$a_1$	4	8
4	$a_4$	$a_2, a_3$	5	5
5	$a_5$	$a_3$	3	7
6	$a_6$	$a_4, a_5$	6	8
7	$a_7$	$a_5, a_6$	2	2

### **Варіант 6**

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		2	4
2	$a_2$	$a_1$	3	2
3	$a_3$	$a_1$	5	5
4	$a_4$	$a_2, a_3$	7	7
5	$a_5$	$a_2$	6	8
6	$a_6$	$a_4, a_5$	4	3
7	$a_7$	$a_4, a_6$	1	2

### **Варіант 7**

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		3	8
2	$a_2$	$a_1$	2	9
3	$a_3$	$a_1$	4	12
4	$a_4$	$a_2, a_3$	5	4
5	$a_5$	$a_2, a_3$	2	2
6	$a_6$	$a_4, a_5$	3	3

### **Варіант 8**

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		2	4
2	$a_2$	$a_1$	4	5
3	$a_3$	$a_1$	5	2
4	$a_4$	$a_2, a_3$	3	3
5	$a_5$	$a_2, a_3$	4	6
6	$a_6$	$a_3, a_4, a_5$	2	7

### Варіант 9

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		7	2
2	$a_2$	$a_1$	6	5
3	$a_3$	$a_1, a_2$	5	6
4	$a_4$	$a_2$	3	3
5	$a_5$	$a_2, a_3, a_4$	4	2

### Варіант 10

№ пор.	Робота	Спирається на роботу	Час виконання роботи	Норма ресурсу
1	$a_1$		6	8
2	$a_2$	$a_1$	5	3
3	$a_3$	$a_1$	7	9
4	$a_4$	$a_2, a_3$	3	5
5	$a_5$	$a_3, a_4$	4	6
6	$a_6$	$a_4, a_5$	5	5

### Задача 9

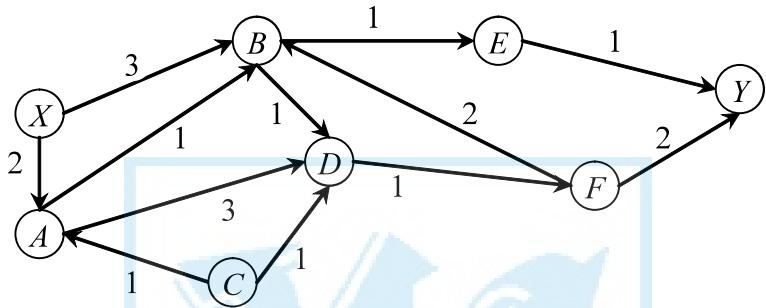
Розв'язати задачу орієнтованої мережі для конфігурації шляхів, заданої в таблиці.

Шлях	Довжина	Шлях	Довжина	Шлях	Довжина	Шлях	Довжина
1–2	$2N$	3–5	$N+12$	5–8	$N+7$	7–8	21
1–3	12	3–6	$2N+9$	5–9	17	7–9	$2N$
1–4	$N+7$	3–7	15	6–8	$2N+8$	7–10	17
2–5	3	4–6	21	6–9	14	8–10	$N$
2–6	8	4–7	$3N+2$	6–10	19	9–10	10

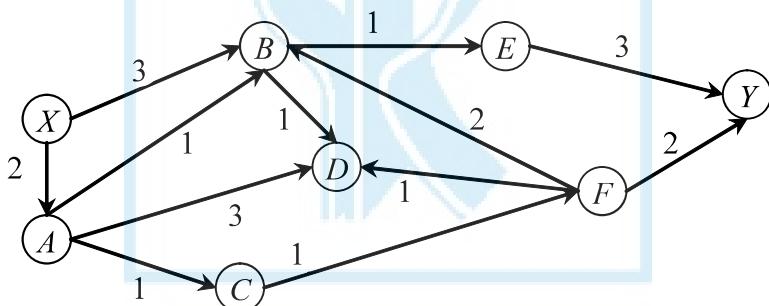
### Задача 10

Для заданої мережі методом Мінті знайти найкоротший шлях між пунктами  $X$  і  $Y$ .

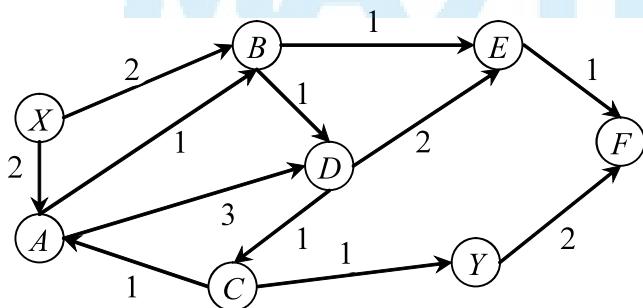
#### Варіант 1



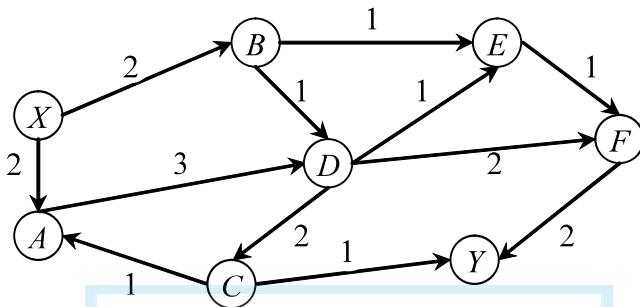
#### Варіант 2



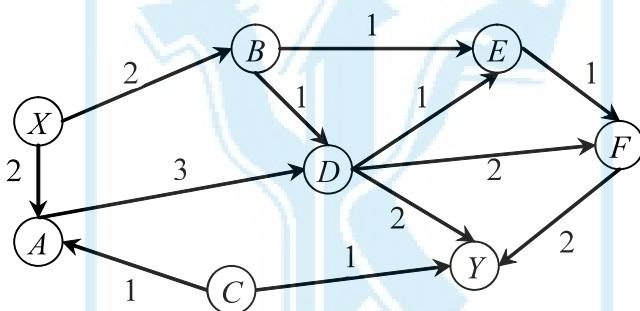
#### Варіант 3



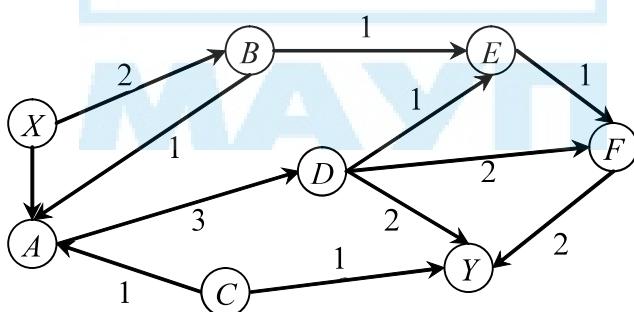
Варіант 4



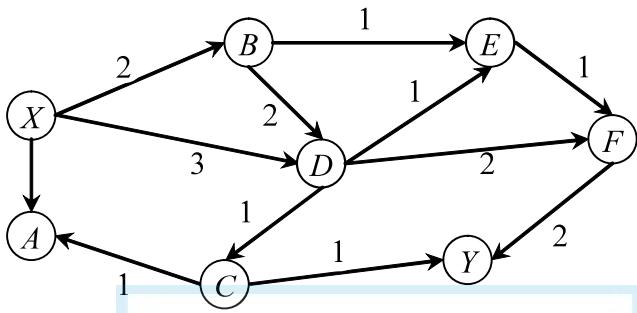
Варіант 5



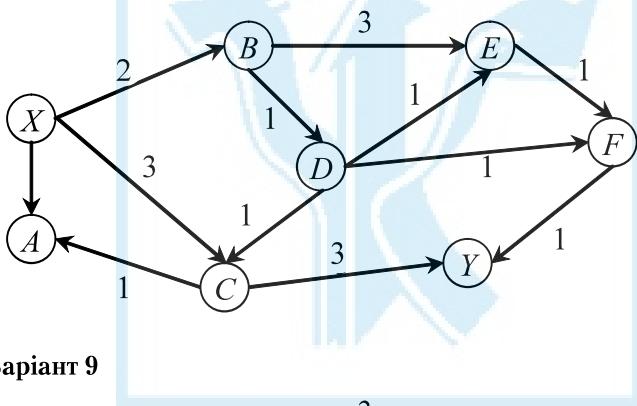
Варіант 6



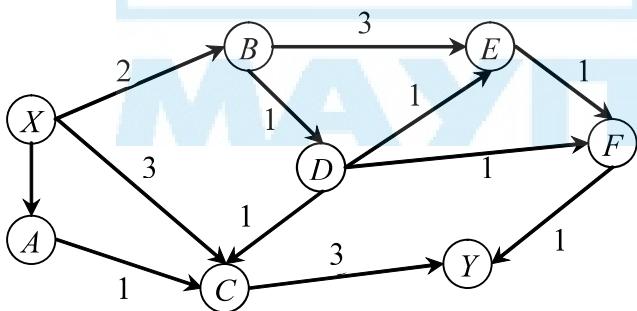
**Варіант 7**



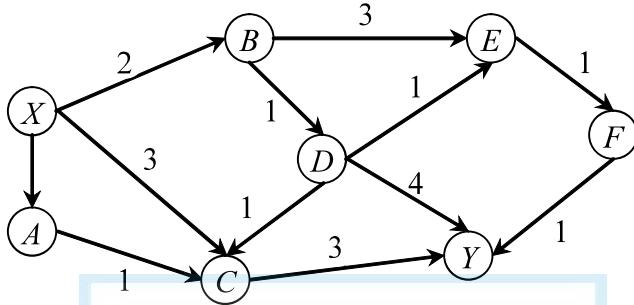
**Варіант 8**



**Варіант 9**



## Варіант 10



### ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Предмет і задачі дослідження операцій.
2. Особливості операційного підходу до розв'язання задач управління.
3. Рішення. Елементи прийняття рішення.
4. Засоби досягнення мети (ресурси та способи їх використання).
5. Показник ефективності прийнятого рішення.
6. Приклади оптимізаційних задач в економіці.
7. Класифікація задач дослідження операцій.
8. Керовані та некеровані показники операції.
9. Керовані та результативні змінні моделі.
10. Змінні та параметри моделі.
11. Складові моделей оптимізаційних задач.
12. Математична модель операції.
13. Класифікація математичних моделей операцій.
14. Поняття про аналітичні та статистичні моделі. Приклади застосування.
15. Моделі індивідуального та колективного вибору рішення.
16. Статичні та динамічні моделі оптимізаційних задач.
17. Прийняття рішень в умовах визначеності, невизначеності та ризику.
18. Проблема прийняття рішення за умови багатьох критеріїв.
19. Прямі та обернені задачі дослідження операцій.
20. Основні етапи операційного дослідження.

21. Задачі виробничого планування. Вибір оптимального асортименту.
22. Задача про завантаження обладнання як задача розподілу ресурсів.
23. Задача про призначення: постановка, модель, методи розв'язання.
24. Побудова і якісний аналіз лінійних оптимізаційних моделей.
25. Економічна інтерпретація двоїстих задач.
26. Аналіз стійкості задач лінійного програмування.
27. Застосування методів лінійного програмування до розв'язання розподільчих задач.
28. Матричні балансові моделі. Макроекономічна модель Леонтьєва.
29. Розв'язання задачі міжгалузевих балансів.
30. Оптимізація потоків для моделі Леонтьєва.
31. Порядок розрахунку основних показників виробничого плану за матричною моделлю.
32. Оптимізація виробничих витрат як задача нелінійного програмування.
33. Застосування методів нелінійного програмування до розв'язання задач оптимізації виробництва.
34. Функція Лагранжа та метод множників Лагранжа.
35. Розв'язання класичної задачі умової оптимізації методом множників Лагранжа.
36. Економічний зміст множників Лагранжа.
37. Теорія двоїстості для нелінійних оптимізаційних задач.
38. Ітераційні методи пошуку оптимального розв'язку задач нелінійного програмування.
39. Умови застосування градієнтних методів пошуку екстремуму функцій.
40. Переваги та недоліки градієнтних методів пошуку екстремуму функцій.
41. Методи розв'язання умовних задач оптимізації.
42. Приклади багатоетапних оптимізаційних задач.
43. Динамічні задачі виробничого планування.
44. Задача розподілу інвестиційних ресурсів між об'єктами.
45. Загальна постановка задач динамічного програмування.
46. Принцип оптимальності Белмана.
47. Основне функціональне рівняння задачі динамічного програмування.
48. Розв'язання задач динамічного програмування при заданих початкових чи кінцевих умовах.

49. Сутність проблеми управління запасами.
50. Задачі оптимізації поточних запасів за різних умов постачання.
51. Приклади задач динамічного управління ресурсами.
52. Задача про використання робочої сили.
53. Динамічна задача управління запасами.
54. Сутність і класифікація задач ремонту та заміни обладнання.
55. Динамічна модель заміни обладнання.
56. Класична транспортна задача як задача на мережі.
57. Елементи теорії графів: лінійний граф, вузли та дуги, орієнтований граф.
58. Елементи теорії графів: шлях, контур, орієнтований ланцюг, цикл.
59. Модель транспортної задачі з проміжними пунктами.
60. Пошук найкоротшого шляху на орієнтованому графі.
61. Потоки в мережах. Задача про максимальний потік.
62. Задача планування комплексу робіт.
63. Структурна таблиця комплексу робіт.
64. Впорядкування і ранжування робіт при плануванні комплексу робіт.
65. Сітковий і часовий графіки робіт.
66. Критичний шлях і критичні роботи в задачі планування комплексу робіт.
67. Прямі та обернені задачі сіткового планування.
68. Послідовний розподіл ресурсів при плануванні комплексу робіт.
69. Паралельний розподіл ресурсів при плануванні комплексу робіт.
70. Оптимізація комплексу робіт.
71. Поняття про системи масового обслуговування та їх складові.
72. Застосування законів розподілу випадкових величин до визначення параметрів системи масового обслуговування.
73. Класифікація систем масового обслуговування.
74. Задачі оптимізації систем масового обслуговування.
75. Загальна постановка задачі стохастичного програмування.
76. Поняття про одно- та двоетапні задачі стохастичного програмування.
77. План-прогноз і план-компенсація в задачах стохастичного програмування.
78. Застосування методів лінійного програмування до розв'язання задач стохастичного програмування.
79. Поняття про матричну гру.
80. Поняття про чисті та мішані стратегії матричних ігор.
81. Геометричне розв'язання матричної гри.

82. Принцип мінімакса в теорії ігор.
83. Розв'язання матричних ігор у мішаних стратегіях.
84. Прийняття рішень за умови кількох критеріїв.
85. Множина альтернатив і відношення переваги в задачах багатокритеріальної оптимізації.
86. Порівняння альтернатив за векторним критерієм у задачах багатокритеріальної оптимізації.
87. Ефективні альтернативи та їх властивості. Множина еквівалентних критеріїв.
88. Ідея методу послідовних поступок у багатокритеріальній оптимізації.
89. Поняття про парето-оптимальні рішення.
90. Теорема Ерроу для задачі багатокритеріальної оптимізації.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### Основна

1. Вагнер Г. Основы исследования операций: В 3 т. — М.: Мир, 1973. — 246 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций. — М.: Сов. радио, 1972. — 552 с.
3. Вильямс Н. Н. Параметрическое программирование в экономике. — М.: Статистика, 1976.
4. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. — М.: Наука, 1966. — 524 с.
5. Давыдов Э. Г. Исследование операций: Учеб. пособие для студ. вузов. — М., 1990.
6. Ермольев Ю. М. Методы стохастического программирования. — М.: Наука, 1976. — 240 с.
7. Математические методы исследования операций: Учеб. пособие для вузов / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич, В. И. Тюптя. — К., 1979.
8. Зайченко С. В. Дослідження операцій. — К.: Вища школа, 1989. — 320 с.
9. Исследование операций / Под ред. Дж. Моудера, С. Эмалграби. — М.: Мир, 1981. — Т. 1, 2.
10. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. — СПб.: Питер, 2000. — 208 с.
11. Кудрявцев Е. М. Исследование операций в задачах, алгоритмах и программах. — М.: Радио и связь, 1984. — 184 с.

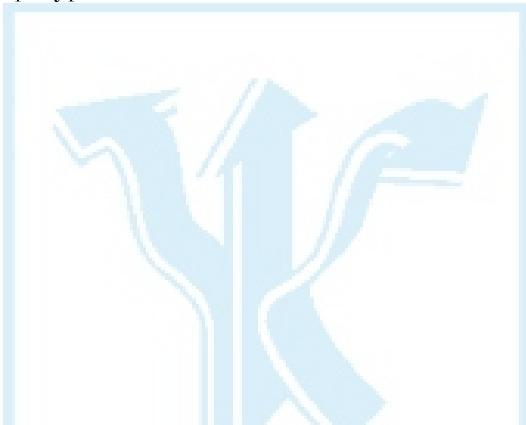
12. Куллян В. Р., Юнькова Е. А., Жильцов А. Б. Математическое программирование с элементами информационных технологий. — К.: МАУП, 2000. — 124 с.
13. Линейное и нелинейное программирование / И. Н. Ляшенко, Е. А. Карагодова, Н. В. Черникова, Н. З. Шор; Под ред. И. Н. Ляшенко. — К.: Выща школа, 1975. — 372 с.
14. Оуэн Г. Теория игр. — М.: Мир, 1971. — 230 с.
15. Подниковский В. В., Ногин В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: Наука, 1982. — 256 с.
16. Попов Ю. Д. Линейное и нелинейное программирование: Учеб. пособие. — К.: Изд-во КГУ, 1988.
17. Таха Х. Введение в исследование операций: Пер. с англ. — 6-е изд. — М.: Издат. дом “Вильямс”, 2001. — 912 с.
18. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975. — 536 с.

*Додаткова*

19. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. — М., 1986. — 320 с.
20. Математичне програмування / І. М. Багаєнко, В. С. Григорків, М. В. Бойчук, М. О. Рюмшин. — К., 1996. — 266 с.
21. Бугрі М. К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. — К., 1998. — 272 с.
22. Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемних Ю. Н. Математические методы в экономике. — М.: ДИС, 1997. — 368 с.
23. Карманов В. Г. Математическое программирование. — М.: Наука, 1980. — 256 с.
24. Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. Математическое программирование. — М., 1976. — 352 с.
25. Математика в экономике: Учеб.-метод. пособие для вузов / Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. — М.: Финстатинформ, 1999. — 94 с.
26. Пліс А. І., Сливіна Н. А. MATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 1999. — 656 с.
27. Математичне програмування / Т. П. Романюк, Т. О. Терещенко, Г. В. Присенко, І. М. Городкова. — К., 1996. — 312 с.

## **ЗМІСТ**

Пояснювальна записка .....	3
Тематичний план дисципліни “Дослідження операцій” ....	4
Зміст дисципліни “Дослідження операцій” .....	4
Вказівки до виконання контрольної роботи .....	7
Задачі для контрольної роботи .....	8
Питання для самоконтролю.....	19
Список літератури.....	22



Відповідальний за випуск *Ю. В. Нешкуренко*  
Редактор *I. В. Хронюк*  
Комп'ютерне верстання *Г. В. Макуха*

**МАУП**

Зам. № ВКЦ-2709

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП