

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**  
дисципліни  
**“ТЕОРІЯ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ”**  
(для бакалаврів)

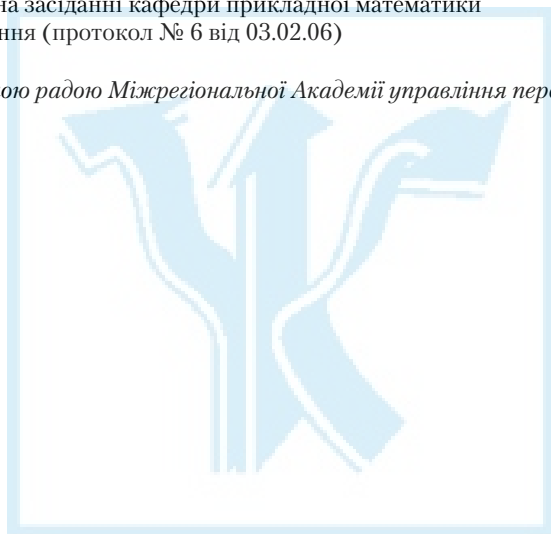
МАУП

Київ 2006

Підготовлено доцентом кафедри прикладної математики  
та програмування *Н. Г. Кирилахою*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики  
та програмування (протокол № 6 від 03.02.06)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*



**МАУП**

**Кирилаха Н. Г.** Навчальна програма дисципліни “Теорія спеціальних функцій” (для бакалаврів). — К.: МАУП, 2006. — 12 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Теорія спеціальних функцій”, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія  
управління персоналом (МАУП),  
2006

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Курс “Теорія спеціальних функцій” є обов’язковою навчальною дисципліною, що необхідна для подальшого засвоєння студентами основних методів математичної фізики, теорії обробки сигналів, аналізу даних, курсів “Чисельні методи математичної фізики”, “Рівняння математичної фізики”, а також для виконання курсових і дипломних робіт.

Мета вивчення курсу — ознайомитись з основами теорії і застосування спеціальних функцій у різних галузях математики; сформуванню уявлення про застосування спеціальних функцій при передаванні сигналів, про сучасні методи і засоби обробки сигналів, зокрема аудіо- та відеосигналів.

Предметом курсу “Теорія спеціальних функцій” є побудова математичного апарату за допомогою спеціальних функцій для розв’язання прикладних задач.

*Види занять з дисципліни:* лекції, практичні заняття.

У результаті вивчення дисципліни студенти повинні *знати:*

- основні теоретичні засади і термінологію теорії спеціальних функцій;
- основні методи використання спеціальних функцій при розв’язанні прикладних задач;

*уміти:*

- застосовувати спеціальні функції при розв’язанні прикладних задач математичної фізики;
- самостійно опрацювати літературні джерела з предмету.

Матеріал дисципліни базується на знаннях з курсів “Математичний аналіз”, “Аналітична геометрія та лінійна алгебра”, “Теорія ймовірностей та математична статистика”, “Диференціальні рівняння”.

**ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
**дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ”**

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1 2 3 4 5	<b>Змістовий модуль 1. Сферичні та циліндричні функції</b> Елементи теорії гамма-функції Лінійні диференціальні рівняння другого порядку Циліндричні та сферичні функції Сферичні функції Рівняння Лежандра. Поліноми Лежандра
6 7 8 9	<b>Змістовий модуль 2. Спеціальні функції та їх застосування при передаванні сигналів</b> Поліноми Ерміта. Рівняння Шредінгера Поліноми Лагерра Функція Фур'є та дискретна трансформація Фур'є Цифрові фільтри та функція Уолша
Разом годин: 108	

**ЗМІСТ**  
**дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ СПЕЦІАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ”**

**Змістовий модуль 1. Сферичні та циліндричні функції**

**Тема 1. Елементи теорії гамма-функції**

Визначення гамма-функції.

Основні властивості гамма-функцій:  $\psi(x)$ ,  $B(p, q)$ .

*Література* [1–3; 5; 16]

**Тема 2. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку**

Загальний метод розв'язання.

Рівняння Гаусса. Розв'язання гіпергеометричного рівняння.

Гіпергеометричний ряд і дослідження його збіжності.

Рекурентні перетворення в гіпергеометричних рядах.

*Література* [1–3; 5]

### **Тема 3. Циліндричні та сферичні функції**

Рівняння Лапласа.

Розв'язання рівняння Лапласа методом Фур'є.

Функції Бесселя 1-го роду.

Зв'язок  $J_N(z)$  і  $J_{-N}(z)$  при цілому  $N$ . Рекурентні формули. Функції Бесселя напівцілого порядку.

Функція Бесселя 2-го роду, або функції Неймана. Функції Бесселя 3-го роду, або функції Ханкеля.

Функції Бесселя від уявного аргумента. Ортогональність функцій Бесселя. Твірна функція функцій Бесселя.

Інтеграл Бесселя. Інтеграл Пуассона.

Асимптотичне зображення функцій Бесселя.

Застосування функцій Бесселя. Рівняння Ломмеля.

*Література* [1–3; 5]

### **Тема 4. Сферичні функції**

Розташування кореня сферичних функцій.

Зональні функції. Тессеральні функції.

Ортогональність сферичних функцій.

Норма сферичних функцій.

Розкладання в ряд за сферичними функціями.

*Література* [1–3; 5]

### **Тема 5. Рівняння Лежандра. Поліноми Лежандра**

Формула Родрига. Поліноми Лежандра.

Ортогональність поліномів Лежандра. Норма полінома Лежандра.

Рівняння приєднаних функцій.

Приєднані функції Лежандра.

Ортогональність приєднаних функцій Лежандра.

Норма приєднаних функцій Лежандра.

Твірна функція поліномів Лежандра.

Рекурентні співвідношення для поліномів Лежандра.

Рекурентні співвідношення для приєднаних поліномів Лежандра.

Розкладання функцій в ряд за поліномами Лежандра.

Інтегральне представлення поліномів Лежандра та приєднаних функцій Лежандра.

Інтеграл Лапласа.

*Література* [1–7; 9; 11]

## **Змістовий модуль 2. Спеціальні функції та їх застосування при передаванні сигналів**

### ***Тема 6. Поліноми Ерміта. Рівняння Шредінгера***

Рівняння Шредінгера. Ротатор. Правила відбору (для ротатора).  
Поліноми Ерміта. Формула для обчислення поліномів Ерміта.  
Ортогональність функцій Ерміта, поліномів Ерміта. Норма поліномів Ерміта.

Твірна функція поліномів Ерміта.

Рекурентні співвідношення для поліномів Ерміта.

Квантовий осцилятор, ймовірності переходу, правило відбору.

*Література* [1–7; 10; 12]

### ***Тема 7. Поліноми Лагерра***

Приєднані поліноми Лагерра.

Зрізане гіпергеометричне рівняння.

Твірна функція поліномів Лагерра.

Рекурентні формули для поліномів Лагерра.

*Література* [1–2; 5; 9–11]

### ***Тема 8. Функція Фур'є та дискретна трансформація Фур'є***

Трансформація неперервного у часі сигналу.

Дискретна трансформація дискретизованого, обмеженого (необмеженого) у часі сигналу.

Постійний сигнал.

Періодичний сигнал.

Порівняння дискретної трансформації Фур'є з апроксимацією за допомогою ряду Фур'є.

Частота дискретизації та час спостереження.

Застосування дискретної трансформації Фур'є.

*Література* [1–2; 5; 14]

### ***Тема 9. Цифрові фільтри та функція Уолша***

Нерекурсивні фільтри.

Алгоритм, імпульсний відгук.

Передавальна функція.

Типи фільтрів.

Визначення параметрів нерекурсивного фільтра низької частоти.

Коефіцієнти для високочастотних, смугових і режекторних фільтрів.

Нерекурсивний диференціюючий фільтр. z-перетворення.

Рекурсивні фільтри. Каталог параметрів рекурсивних фільтрів.

Імпульсний відгук. Інтегруючі рекурсивні фільтри. Дискретне згортання.

*Література* [3; 4; 6; 7; 13; 19]

### **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ**

1. Визначення гамма-функції.
2. Основні властивості гамма-функції.
3. Визначення та властивості функції  $\psi(x)$ .
4. Визначення та властивості функції  $B(p, q)$ .
5. Основна ідея розв'язання лінійних рівнянь другого порядку.
6. Визначення рівняння Гаусса. Розв'язання гіпергеометричного рівняння.
7. Визначення гіпергеометричного ряду. За яких умов він збіжний?
8. Властивості рекурентних перетворень у гіпергеометричних рядах.
9. Визначення рівняння Лапласа.
10. Схема розв'язання рівняння Лапласа методом Фур'є.
11. Визначення функції Бесселя 1-го роду.
12. Зв'язок  $J_N(z)$  і  $J_{-N}(z)$  при цілому  $N$ . Рекурентні формули.
13. Визначення функції Бесселя напівцілого порядку.
14. Визначення функції Бесселя 2-го роду, або функції Неймана. Властивості функцій Неймана.
15. Визначення функції Бесселя 3-го роду, або функції Ханкеля.
16. Визначення функції Бесселя від уявного аргумента. Ортогональність функцій Бесселя. Твірна функція функцій Бесселя.
17. Інтеграл Бесселя і Пуассона та їх властивості.
18. Асимптотичне зображення функцій Бесселя.
19. Визначення рівняння Ломмеля.
20. Застосування функцій Бесселя.
21. Визначення сферичних функцій.
22. Як визначається розташування кореня сферичних функцій?
23. Зональні функції. Що таке тессеральні функції?

24. Які функції називаються ортогональними?
25. Ортогональність сферичних функцій.
26. Як визначається норма сферичних функцій?
27. Розкладання в ряд за сферичними функціями.
28. Формула Родрига.
29. Поліноми Лежандра.
30. Ортогональність поліномів Лежандра.
31. Як визначається норма полінома Лежандра?
32. Рівняння приєднаних функцій.
33. Визначення приєднаної функції Лежандра.
34. Ортогональність приєднаних функцій Лежандра.
35. Як визначається норма приєднаних функцій Лежандра?
36. Твірна функція поліномів Лежандра.
37. Рекурентні співвідношення для поліномів Лежандра.
38. Рекурентні співвідношення для приєднаних поліномів Лежандра.
39. Розкладання функцій у ряд за поліномами Лежандра.
40. Інтегральне подання поліномів Лежандра та приєднаних функцій Лежандра.
41. Інтеграл Лапласа.
42. Рівняння Шредінгера. Ротатор.
43. Правила відбору (для ротатора).
44. Поліноми Ерміта. Формула для обчислення поліномів Ерміта.
45. Ортогональність функцій Ерміта, поліномів Ерміта. Норма поліномів Ерміта.
46. Твірна функція поліномів Ерміта.
47. Рекурентні співвідношення для поліномів Ерміта.
48. Квантовий осцилятор, ймовірності переходу, правило відбору.
49. Що таке приєднані поліноми Лагерра?
50. Зрізане гіпергеометричне рівняння.
51. Визначення терміна “твірна функція поліномів Лагерра”.
52. Рекурентні формули для поліномів Лагерра.
53. Як класифікуються сигнали за розподілом у часі та просторі?
54. Як визначається дискретна трансформація дискретизованого, обмеженого (необмеженого) у часі сигналу?
55. Що таке постійний сигнал?
56. Періодичний сигнал.



57. Порівняння дискретної трансформації Фур'є з апроксимацією за допомогою ряду Фур'є.
58. Частота дискретизації і час спостереження.
59. Застосування дискретної трансформації Фур'є.
60. Нерекурсивні фільтри.
61. Алгоритм, імпульсний відгук.
62. Передавальна функція.
63. Типи фільтрів.
64. Визначення параметрів нерекурсивного фільтра низької частоти.
65. Коефіцієнти для високочастотних, смугових і режекторних фільтрів.
66. Нерекурсивний диференціюючий фільтр. z-перетворення.
67. Рекурсивні фільтри. Каталог параметрів рекурсивних фільтрів.
68. Імпульсний відгук. Інтегруючі рекурсивні фільтри. Дискретне згортання.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

### *Основна*

1. *Вахрушев Н. В., Хаблов В. В.* Специальные функции. Интегральные уравнения. Вариационное исчисление: Практикум: Учеб. пособие. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2001. — 76 с.
2. *Славянов С. Ю., Лай В.* Специальные функции: Единая теория, основанная на анализе особенностей / Пер. с англ. А. Я. Казакова, предисл. А. Зеегер. — СПб.: Невский диалект, 2002. — 312 с.
3. *Белецкий А. Я., Бабак В. П.* Детерминированные сигналы и спектры. — К.: КИТ, 2002. — 502 с.
4. *Білінський Й. Й., Мотигін В. В.* Обробка інформації засобами комп'ютерної математики: Лаб. практикум для студ. спец. "Виробництво електронних засобів", "Технології та засоби телекомунікацій". — Вінниця: Вид-во ВНТУ, 2005. — 126 с.
5. *Вся высшая математика: Учебник для студ. вузов: В 6 т. / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко и др. — 2-е изд. — М.: Едиториал УРСС, 2003.*
6. *Бабак В. П., Хандецкий В. С., Шрюфер Е.* Обробка сигналів: Підруч. для студ. техн. спец. вищих закл. освіти. — 2-ге вид., переробл. і доп. — К.: Либідь, 1999. — 496 с.

7. *Френкс Л.* Теория сигналов: Пер. с англ. / Под ред. Д. Е. Вакмана. — М.: Сов. радио, 1974. — 344 с.
8. *Пискунов Н. С.* Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебник: В 2 т. — СПб.: Мифрил, 1996. — 416 с.
9. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник для студ. физ. и мех.-мат. спец. вузов: В 3 т. — 8-е изд. — М.: Физматлит, 2001. — Т. 1. — 680 с.
10. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник для студ. физ. и мех.-мат. спец. вузов: В 3 т. — 8-е изд. — М.: Физматлит, 2001. — Т. 2. — 864 с.
11. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник для студ. физ. и мех.-мат. спец. вузов: В 3 т. — 8-е изд. — М.: Физматлит, 2001. — Т. 3. — 727 с.

*Додаткова*

12. *Косинский А. В.* Аналого-цифровые преобразователи: Учеб. пособие. — М., 2001. — 102 с.
13. *Бондарев В. Н., Трестер Г., Чернега В. С.* Цифровая обработка сигналов: методы и средства: Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по направлению 0804- “Компьютерные науки”. — Севастополь, 1999. — 398 с.
14. *Портнов И. Г.* Ряды Фурье. Элементы теории уравнений математической физики: Конспект лекций: Для студ. 2-го курса спец. ПГС: В 2 ч. / Моск. гос. ун-т путей сообщения (МИИТ). Кафедра вычислительной математики. — М.: Изд-во МИИТ, 2001. — Ч. 1. — 54 с.
15. *Шрюфер Э.* Обработка сигналов: цифровая обработка дискретизированных сигналов: Учебник для студ. техн. спец. вузов. — К.: Лыбидь, 1995. — 320 с.
16. *Акимов П. С., Сенин А. И., Соленов В. И.* Сигналы и их обработка в информационных системах: Учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по направ. и спец. “Радиотехника”. — М.: Радио и связь, 1994. — 256 с.
17. *Цифровая обработка телевизионных и компьютерных изображений* / Под ред. Ю. Б. Зуборева, В. П. Дворковича. — М.: МЦНТИ, 1997. — 212 с.

18. *Цукарев Э. В., Бочкарев С. Н., Маленков В. В.* Повышение эффективности сжатия JPEG-подобных алгоритмов // Тез. докл. конф. “Безопасность и конфиденциальность информации в сетях и системах связи”. — Пенза, 1998. — С. 54.
19. *Истомина Т. В., Чувькин Б. В., Щеголев В. Е.* Применение теории Wavelets в задачах обработки информации: Моногр. — Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2000. — 188 с.



## ***ЗМІСТ***

Пояснювальна записка .....	3
Тематичний план дисципліни “Теорія спеціальних функцій” .....	4
Зміст дисципліни “Теорія спеціальних функцій” .....	4
Питання для самоконтролю .....	7
Список літератури .....	9



Відповідальний за випуск *Ю. В. Нешкуненко*  
Редактор *І. В. Хронюк*  
Комп'ютерне верстання *Г. В. Макуха*

**МАУП**

Зам. № ВКЦ-2698

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП