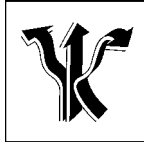


МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
**“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ
ТА МОДЕЛІ СТРАХУВАННЯ”**
(для спеціалістів)

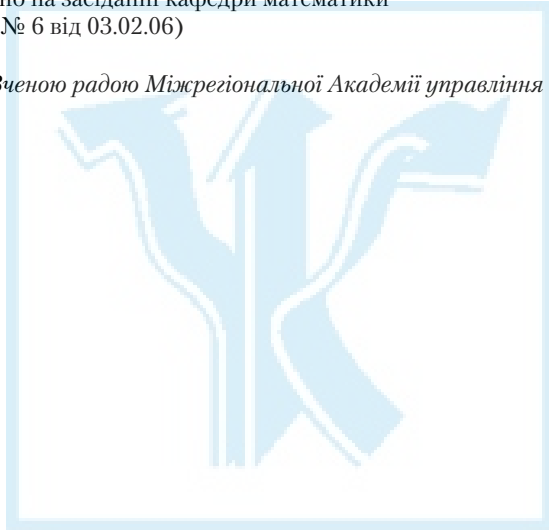
МАУП

Київ 2006

Підготовлено доцентом *О. А. Чечельницьким* і викладачем кафедри прикладної математики та програмування *В. І. Ночвай*

Затверджено на засіданні кафедри математики
(протокол № 6 від 03.02.06)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом



Чечельницький О. А., Ночвай В. І. Навчальна програма дисципліни “Математичні методи та моделі страхування” (для спеціалістів). — К.: МАУП, 2006. — 14 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, тематичний план, зміст дисципліни “Математичні методи та моделі страхування”, вказівки до виконання контрольної роботи, завдання для контрольних робіт, питання для самоконтролю, а також список літератури.

© Міжрегіональна Академія
управління персоналом (МАУП),
2006

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Пропонований курс присвячений математичним методам та моделям у страхуванні. Загальновізнана назва цього наукового напрямку — актуарна математика. Разом із відповідними економічними та юридичними дисциплінами актуарна математика утворює ширшу галузь знань — актуарну науку, яка й є теоретичною базою страхового бізнесу. Актуарна математика широко використовує загальні математичні теорії, особливо предмети ймовірнісного та статистичного циклів, проте її не слід вважати розділом прикладної математики. Це самостійний науковий напрям із власним предметом, методами та сферою застосування.

Курс ознайомлює студентів з основними математико-статистичними методами, які застосовуються у страховій діяльності.

Для опанування матеріалу цього курсу від студентів вимагається знання основних понять математичного аналізу та теорії ймовірностей.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН дисципліни

“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ СТРАХУВАННЯ”

№ пор.	Назва змістового модуля і теми
1	2
1	Змістовий моділь I. Страхування та ризику. Основи фінансової математики Страхування як необхідний елемент економічної діяльності суспільства. Необхідність і зміст страхування
2	Основи фінансової математики
3	Змістовий моділь II. Основи математики страхування життя Тривалість майбутнього життя індивіда
4	Страхування життя
5	Ануїтети
6	Суть і види страхових премій

1	2
7	Змістовий моділь III. Математика страхування ризиків
8	Страхові резерви
9	Навантаження на витрати
	Фінансова стійкість страхування
Разом годин: 162	

ЗМІСТ
дисципліни

“МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ТА МОДЕЛІ СТРАХУВАННЯ”

**Змістовий модуль I. Страхування та ризики.
Основи фінансової математики**

Тема 1. Страхування як необхідний елемент економічної діяльності суспільства. Необхідність і зміст страхування

Ризик і зростання його ролі у сучасних умовах. Природний аспект страхування. Економічний аспект страхування. Соціальний аспект страхування. Юридичний аспект страхування. Міжнародний аспект страхування. Ризики та їх класифікація. Страхові поняття, які відображають найзагальніші умови страхування.

Література [1–3; 7]

Тема 2. Основи фінансової математики

Прості та складні відсотки. Ефективна та номінальна ставки процента. Дисконти.

Функція накопичення. Фактори накопичення та дисконта. Приведена та майбутня вартість інвестиції.

Література [4–7; 11]

Змістовий модуль II. Основи математики страхування життя

Тема 3. Тривалість майбутнього життя індивіда

Математична модель. Сила смертності. Аналітичний закон розподілу. Обмежена тривалість майбутнього життя. Таблиці тривалості

життя. Ймовірність смерті для частин року. Основні поняття теорії ймовірностей, які використовуються в актуарній математиці: випадкові величини, їх функції розподілу та числові характеристики, обчислення цих характеристик для дискретних і неперервних величин, фізичний зміст та інтерпретація в теорії страхування.

Література [2–8]

Тема 4. Страхування життя

Типи страхування життя. Довічне і тимчасове страхування. Чисті доживання. Доживання. Страхування з виплатою в момент смерті.

Література [4–8]

Тема 5. Ануїтети

Прості ануїтети. Виплати кілька разів на рік. Змінні довічні ануїтети. Стандартні типи довічних ануїтетів. Рекурентні формули.

Література [4–8]

Тема 6. Суть і види страхових премій

Трьохаспектна форма прояву страхових премій. Показники, що впливають на визначення страхової премії. Види страхових премій: за призначенням; характером ризиків; формою сплати страхових внесків; часом сплати страхових премій; величиною; відображенням у балансі страховки; способом нарахування страхових премій.

Література [2; 4–8]

Змістовий модуль III. Математика страхування ризиків

Тема 7. Страхові резерви

Типи страхових резервів. Перспективний і ретроспективний резерви. Ризик виживання. Резерв нетто-премій.

Література [2; 5; 7; 10]

Тема 8. Навантаження на витрати

Види витрат. Премія навантаження на витрати. Обчислення бруто-премій. Резерви навантаження на витрати премій.

Література [2; 5; 7; 10]

Тема 9. Фінансова стійкість страхування

Оцінка фінансової стійкості страхування. Обчислення резервів ризику. Оцінка і страхування господарсько-фінансових ризиків.

Література [2; 5; 7; 10]

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольна робота складається з 6 завдань. Кожне завдання містить 10 варіантів. Варіант контрольного завдання студент вибирає за останньою цифрою номера своєї залікової книжки. У кожному завданні необхідно зазначити номер і переписати умову. Розв'язання потрібно супроводжувати поясненням виконуваних дій.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Завдання 1

1. Знайти прибуток, одержаний між часом t і часом n , де $t < n$, якщо $I_r = r$.
2. Знайти прибуток, одержаний між часом t і часом n , де $t < n$, якщо $I_r = 2r$.
3. Знайти прибуток, одержаний між часом t і часом n , де $t < n$, якщо $I_r = 3r$.
4. Відомо, що $A(t) = 100 + 5t$. Знайти i_3 .
5. Відомо, що $A(t) = 100 + 5t$. Знайти i_{10} .
6. Відомо, що $A(t) = 100 + 5t$. Знайти i_8 .
7. Відомо, що $A(t) = 100(1,1)^t$. Знайти i_5 .
8. Відомо, що $A(t) = 100(1,1)^t$. Знайти i_{10} .
9. Відомо, що $A(t) = 100(1,1)^t$. Знайти i_8 .
10. Відомо, що $A(t) = 100(1,1)^t$. Знайти i_{15} .

Завдання 2

Відомо, що функція $a(t)$ виражається у вигляді $at^2 + b$. Якщо вкласти 100 дол. у час $t = 0$, то в час $t = 3$ одержимо 172 дол. Знайти прибуток у час $t = 10$, якщо в час $t = 5$ було вкладено:

1. 100 дол.
2. 200 дол.
3. 55 дол.
4. 550 дол.
5. 2300 дол.
6. 1200 дол.
7. 8000 дол.
8. 15000 дол.
9. 300 дол.

Завдання 3

1. Знайти $A(7)$, якщо $A(4) = 1000$, $i_n = 0,01n$.
2. За якої ставки простого депозиту (капіталовкладення) 500 дол. збільшаться до 615 дол. за два з половиною роки?
3. За скільки років 500 дол. збільшаться до 630 дол. за ставки 7,8 % простого депозиту?
4. За деякої ставки простого депозиту 1000 дол. збільшаться до 1110 дол. за деякий час. Знайти нарахування від 500 дол. за ставки простого депозиту $3/4$ після спливу вдвічі більше часу.
5. Просте капіталовкладення з $i = 4\%$ зроблено до фонду. За який період вигода від такого вкладення зрівняється з депозитною за ефективності ставки 2,5 %?
6. Відомо, що 600 дол., вкладених на два роки, збільшаться на 264 дол. Визначити, наскільки збільшаться 2000 дол., вкладених за тієї самої ставки у складний депозит, за 3 роки.
7. Відомо, що вкладення 500 дол. збільшиться до 4000 дол. за 30 років. Знайти суму винагороди від трьох платежів у 10000 дол. кожний наприкінці відповідно 20-го, 40-го і 60-го року.
8. Прибуток від A за рік становить 336 дол., тоді як еквівалентна знижка – 300 дол. Знайти A .
9. Знайти d_5 , якщо ставка простого депозиту дорівнює 10 %.
10. Знайти d_5 , якщо ставка простої знижки дорівнює 10 %.

Завдання 4

Знайти нарахування із 100 дол. наприкінці двох років:

- 1) якщо номінальна ставка депозиту дорівнює 6 %, нараховуваних щоквартально;
- 2) якщо номінальна ставка знижки дорівнює 6 %, нараховуваних кожні чотири роки;
- 3) якщо номінальна ставка знижки дорівнює 4 %, нараховуваних кожні чотири роки;
- 4) якщо номінальна ставка депозиту дорівнює 4 %, нараховуваних щоквартально.

Вкладення зроблено на один рік у фонд, акумулятивна функція якого дорівнює другому ступеню многочленності. Номінальна ставка прибутку, одержаного за першу половину року, дорівнює 5 %, що на-

раховуються кожні півроку. Ефективна ставка прибутку, одержаного за весь рік, дорівнює 7 %.

5) Знайти $\delta_{0,5}$.

6) Знайти $\delta_{0,7}$.

7) Знайти $\delta_{0,3}$.

Знайти нарахування від 1 наприкінці 19 років:

8) якщо $\delta_t = 0,04(1 + t)^{-2}$;

9) якщо $\delta_t = 0,04(1 + 2t)^{-2}$;

10) якщо $\delta_t = 0,08(1 + t)^{-2}$.

Завдання 5

Задано $s(x) = 1/10(100 - x)$, $0 < x < 100$.

1. Знайти ймовірність, що новонароджений помре між 19-м і 36-м роком життя.
2. Знайти ймовірність, що новонароджений помре між 20-м і 36-м роком життя.
3. Знайти ймовірність, що новонароджений помре між 19-м і 51-м роком життя.
4. Знайти ймовірність, що новонароджений помре між 10-м і 20-м роком життя.
5. Знайти ймовірність, що новонароджений помре між 10-м і 60-м роком життя.
6. Знайти ймовірність, що людина віком 19 років помре до 36 років.
7. Знайти ймовірність, що людина віком 19 років помре до 50 років.
8. Знайти ймовірність, що людина віком 30 років помре до 36 років.
9. Знайти ймовірність, що людина віком 30 років помре до 50 років.
10. Знайти ймовірність, що людина віком 36 років помре до 50 років.

Завдання 6

Людина віком 40 років потрапляє під додатковий ризик протягом року від віку 40 років до 41. Знайти ймовірність, що людина не доживе до віку 41 рік, якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років

до 41 дорівнює P і додатковий ризик може бути виражений додаванням до нормальної сили смертності, що зменшується рівномірно від 0,06 на початку року до 0 наприкінці.

P :

- 1) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,992;
- 2) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,900;
- 3) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,972;
- 4) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,962;
- 5) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,952;
- 6) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,942;
- 7) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,932;
- 8) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,892;
- 9) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,792;
- 10) якщо звичайна ймовірність вижити від віку 40 років до 41 дорівнює 0,812.

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

1. Страхування як необхідний елемент економічної діяльності суспільства.
2. Необхідність і зміст страхування.
3. Галузі страхування.
4. Форми і види страхування.
5. Ризики та їх класифікація.
6. Суть і завдання актуарних розрахунків.
7. Класифікація актуарних розрахунків.
8. Тарифна ставка: структура та методи розрахунків.

9. Показники впливу на визначення страхової премії.
10. Види страхових премій.
11. Основні ймовірнісні характеристики тривалості життя.
12. Аналітичні закони смертності.
13. Залишковий час життя.
14. Частковий залишковий час життя.
15. Заокруглений час життя.
16. Наближення для дробового піку.
17. Рівномірний розподіл, постійна інтенсивність.
18. Припущення Balducci.
19. Таблиці тривалості життя.
20. Страхові ймовірності.
21. Комутаційні функції.
22. Таблиці з відбором обмеженої дії.
23. Аналіз моделей короткострокового страхування життя.
24. Точний розрахунок характеристик сумарного позову.
25. Використання генератрис для точних розрахунків характеристик сумарного позову.
26. Наближені методи розрахунку ймовірності розорення.
27. Довгострокове страхування життя.
28. Принцип розрахунку нетто-премій.
29. Розрахунки з використанням таблиць тривалості життя.
30. Розрахунки нетто-премій для складніших видів страхування.
31. Ймовірності смерті для дробових частин року.
32. Оцінювання сили смертності.
33. Чисте дожиття, довічний і відстрочений довічний ануїтети.
34. Вартість страхового ануїтета.
35. Відкладений довічний ануїтет.
36. Співвідношення звичайних та авансових довічних ануїтетів.
37. Ануїтети з виплатами частіше, ніж раз на рік.
38. Неперервні ануїтети.
39. Змінні ануїтети.
40. Змінні ануїтети з виплатами частіше, ніж раз на рік.
41. Загальні ануїтети.
42. Елементарні типи страхування життя з виплатами наприкінці року смерті.

43. Елементарні типи страхування життя з виплатами в момент смерті.
44. Стандартні типи змінних страхувань життя.
45. Співвідношення змінних страхувань і змінних анuitетів.
46. Принцип еквівалентності.
47. Нетто-премії для елементарних видів страхувань.
48. Дробові нетто-премії.
49. Неперервне надходження премій.
50. Загальні типи страхування життя: разові нетто-премії.
51. Загальні збитки страховика.
52. Поліси з поверненням премій.
53. Резерви нетто-премій.
54. Розрахунок теоретичного резерву премій.
55. Перспективний і ретроспективний методи розрахунку резерву нетто-премій.
56. Рекурентні співвідношення для резервів нетто-премій.
57. Премії ризику та заощаджень. Ризик виживання.
58. Резерви для полісів з дробовими преміями.
59. Резерви нетто-премій у неперервних моделях.
60. Резерви нетто-премій при дробових строках.
61. Розподіл загальних збитків за роками полісу.
62. Конверсія страхування. Технічний прибуток.
63. Кратні декременти.
64. Стан сумісного (спільного) життя.
65. Стан сумісного життя і комутаційні функції.
66. Загальна сума виплат у страховому портфелі.
67. Перестраховання.
68. Навантаження на витрати.
69. Премія, навантажена на витрати.
70. Простий відсоток.
71. Функція кількості.
72. Функція накопичення.
73. Дохід за процентами.
74. Ефективна ставка процента.
75. Властивості простого процента.
76. Складний процент.

77. Властивості складного процента.
78. Фактори накопичення та дисконту.
79. Приведена та майбутня вартість інвестиції.
80. Ефективна ставка дисконту.
81. Поняття еквівалентності ставок процента та дисконту.
82. Номінальні ставки процента та дисконту.
83. Приведена вартість.
84. Накопичена вартість.
85. Змінна відсоткова ставка.
86. Фінансові анuitети пренумерандо та постнумерандо.
87. Приведена вартість анuitетів.
88. Еквівалентність ретроспективного та перспективного методів.
89. Розподіл випадкових величин.
90. Числові характеристики випадкових величин.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Базилевич В. Д., Базилевич К. С.* Страхова справа. — К.: Знання, 1997.
2. *АктUARная математика*: Пер. с англ. / Н. Бауерс, Х. Гербер, Д. Джонс и др.; Под ред. В. К. Малиновского. — М.: Янус-К, 2001. — 656 с.
3. *Внукова Н.* Практика страхового бізнесу — К., 1994.
4. *Гербер Х.* Математика страхування життя. — М.: Мир, 1995.
5. *Кутуков В. Б.* Основы финансовой и страховой математики. — М.: Дело, 1998. — 304 с.
6. *Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці* / М. М. Леоненко, Ю. С. Мішура, В. М. Пархоменко, М. Й. Ядренко — К., 1995.
7. *Рябкин В. И.* АктUARные расчеты. — М.: Финстатинформ, 1996. — 86 с.
8. *Фалин Г. И., Фалин А. И.* Введение в актуарную математику — М.: Изд-во МГУ, 1994. — 110 с.

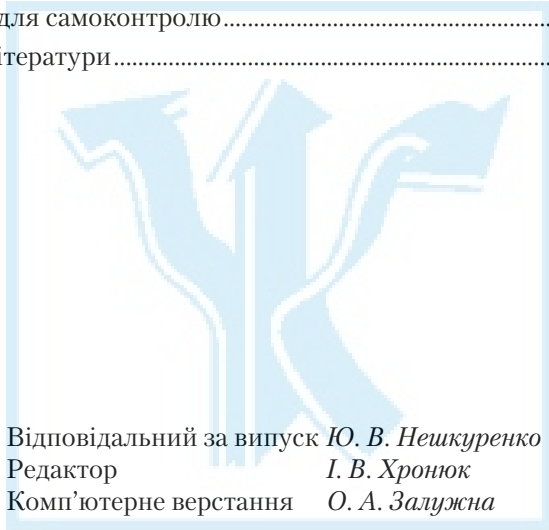
Додаткова

9. *Пономаренко О. І.* Основи математики фінансів і страхування. — К., 2004.
10. *Фалин Г. И.* Математический анализ рисков в страховании. — М.: 1994. — 130 с.
11. *Kellison S. G.* The theory of interest. — 2nd ed. — Boston: Irwin, 1991. — 446 p.



ЗМІСТ

Пояснювальна записка	3
Тематичний план дисципліни “Математичні методи та моделі страхування”	3
Зміст дисципліни “Математичні методи та моделі страхування”	4
Вказівки до виконання контрольної роботи	5
Завдання для контрольних робіт	5
Питання для самоконтролю	9
Список літератури	11



МАУП

Зам. № ВКЦ-2673

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП