МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ

МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни
“МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ”
(для бакалаврів спеціальності
“Прикладна математика”)

Київ 2005

Підготовлено професорами кафедри прикладної математики та програмування *І. В. Бейком і Р. М. Чернігою*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики та програмуванн (протокол № 9 від 19.05.05)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Бейко І. В., Черніга Р. М. Навчальна програма дисципліни "Математичний аналіз" (для бакалаврів спеціальності "Прикладна математика"). — К.: МАУП, 2005. — 18 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, навчально-тематичний план, програмний матеріал до вивчення дисципліни "Математичний аналіз", питання для самоконтролю, а також список рекомендованої літератури.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Мета курсу — сформувати у студентів знання, уміннями та навичками розв’язування задач математичного аналізу. “Математичний аналіз” — це фундаментальна математична дисципліна, яка вивчає основи теорії дійсних чисел, числові послідовності, числові функції, теорію границь, методи диференціального та інтегрального числення, інтеграли Рімана та інтеграли Стільтьєса, функціональні ряди, теорію функцій багатьох змінних, похідні вищих порядків, кратні інтеграли, криволінійні і поверхневі інтеграли, ряди та інтеграли Фур’є, а також окремі розділи функціонального аналізу — теорію вимірних функцій та інтеграла Лебеґа.

Для вивчення курсу необхідні знання з математики за програмою середньої школи.

У процесі навчання студенти здобувають знання і формують навички розв’язання основних задач математичного аналізу, які потрібні у подальшому вивченні математичних дисциплін за програмою підготовки бакалаврів за спеціальністю “Прикладна математика”, зокрема:

- диференціальних рівнянь;
- диференціальних рівнянь з частинними похідними;
- методів математичного моделювання;
- математичної фізики;
- методів оптимізації;
- варіаційного числення;
- теорії оптимального керування;
- теорії ймовірностей та математичної статистики;

Для підсумкової перевірки засвоєних знань студенти складають залік і два іспити.

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН
вивчення дисципліни
“МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ”

№ пор.	Назва теми
1	Елементи загальної теорії множин. Множина дійсних чисел та дійсні функції на множині дійсних чисел
2	Послідовності, границі функції однієї дійсної змінної, неперервні функції
3	Похідні та інтеграли. Інтеграл Рімана та його застосування. Похідні вищих порядків
4	Числові, функціональні і степеневі ряди та їх збіжність
5	Функції обмеженої варіації. Інтеграл Стільтьєса
6	Функції багатьох змінних. Похідні від функцій багатьох змінних. Елементи аналізу в метричних просторах
7	Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли, їх застосування
8	Ряди Фур’є. Інтеграл Фур’є
9	Вимірні функції та інтеграл Лебеґа

ПРОГРАМНИЙ МАТЕРІАЛ
до вивчення дисципліни
“МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ”

Тема 1. Елементи загальної теорії множин. Множина дійсних чисел і дійсні функції на множині дійсних чисел

Повторення найважливіших понять і формул зі шкільного курсу. Логічні знаки в математичних твердженнях. Множини натуральних, цілих і раціональних чисел, їх геометричне відображення. Дії над множинами. Об’єднання, перетин, доповнення. Правила двоїстості. Декартовий добуток і декартова множина та їх використання для геометричного відображення множини розв’язків рівнянь з двома невідомими. Потужність множини. Рівнопотужні множини. Зліченні множини. Теорема про зліченність об’єднання зліченної кількості зліченних множин. Зліченність множини раціональних чисел. Теорема про зліченність декартового добутку зліченних множин. Теорема про існування незліченних множин. Множина потужності континуум.

Поняття функції. Способи задання функцій. Окремі класи функцій: складні, монотонні, парні, непарні, періодичні. Алгебраїчні дії над функціями. Змінні в часі функції та їх геометричне відображення. Існування ірраціональних чисел. Множини дійсних чисел: відрізок, інтервал, півінтервал, окіл. Точні межі множини дійсних чисел. Дії над дійсними числами. Сума, добуток, степінь, корінь, середнє арифметичне і середнє геометричне та нерівності Коші.

Література [1; 3; 5; 7; 8; 10;12]

Тема 2. Послідовності, границі функції однієї дійсної змінної, неперервні функції

Функції з областю визначення на множині натуральних чисел (послідованості).

Збіжні послідовності та методи відшукання границі збіжної послідовності. Нескінченні границі. Теорема про границі суми, добутку та частки послідовностей. Теорема про єдиність границі збіжної послідовності. Теорема про обмеженість збіжної послідовності. Теорема про три послідовності.

Монотонні послідовності. Критерій існування границі монотонної послідовності. Підпослідовності і часткові границі послідовностей. Теорема про існування збіжної підпослідовності в обмеженій послідовності. Критерій Коші про збіжність послідовності. Граничний перехід у арифметичних операціях над послідовностями. Граничний перехід у нерівностях. Верхня і нижня границі послідовності.

Гранична точка множини. Означення Коші і означення Гайне границі функції у точці та теорема про їх рівносильність. Властивості границі функції у точці.

Однобічні границі. Існування границі функції у точці. Дослідження локальної поведінки функції. Властивості границь функцій. Граничний перехід і арифметичні операції над функціями. Заміна змінних при обчисленні границь. Відношення “O” та “o” та їх властивості. Асимптотична поведінка функції. Еквівалентні функції. Видокремлення головної частини функції. Означення неперервності функції в точці та на множині. Приклади функцій, неперервних лише в одній точці. Властивості функцій, неперервних у точці. Арифметичні операції над неперервними функціями. Проміжні значення неперервної функції. Точки розриву функції. Типи точок розриву.

Література [1; 3; 5; 7; 8; 10;12]

Тема 3. Похідні та інтеграли. Інтеграл Рімана та його застосування. Похідні вищих порядків

Середня швидкість і миттєва швидкість зростання значення функції із зростанням значення аргументу. Означення похідної та її геометрична інтерпретація. Похідні від елементарних функцій. Обчислення похідної від суми, добутку, частки, оберненої функції та композиції функцій. Приклади неперервних функцій, які не мають похідної. Теореми Ферма, Роля, Лаґранжа і Коші про значення похідних. Наслідки цих теорем та приклади їх застосування. Диференціал функції. Необхідна і достатня умова диференційовності функції в точці. Похідні і диференціали старших порядків. Формули Тейлора для елементарних функцій. Розкриття невизначеностей за правилом Льопіталя. Використання поліноміальних наближень для підвищення точності наближеного розв'язку алгебраїчного рівняння. Дослідження функцій за допомогою похідних. Умови локального екстремуму. Знаходження екстремумів функцій. Визначення проміжків опуклості, точок перегину, асимптот. Побудова графіків.

Інтегральна властивість функції — площа криволінійної трапеції. Зв'язок між площею криволінійної трапеції та похідною. Площа криволінійної трапеції для найпростіших функцій. Невизначений інтеграл та його основні властивості. Таблиця інтегралів основних елементарних функцій. Два основних методи інтегрування (заміна змінних та інтегрування частинами). Інтегрування раціональних дробів. Формула Ньютона — Ляйбніця. Властивості визначеного інтеграла — інтеграла Рімана. Приклади обчислення визначених інтегралів. Формули для точного обчислення площі криволінійної трапеції. Функції, для яких будуються точні формули обчислення площі криволінійної трапеції. Обчислення об'єму тіл обертання. Обчислення довжини дуги гладкої кривої. Обчислення поверхні тіл обертання. Невласні інтеграли за необмеженими інтервалами. Критерій Коші збіжності, абсолютно й умовно збіжні інтеграли. Достатні ознаки збіжності. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Заміна змінних і формула інтегрування частинами для невласних інтегралів. Рівномірна збіжність невласних інтегралів, що залежать від параметра. Дослідження збіжності невласних інтегралів.

Література [1;3; 5; 7; 8; 10;12]

Тема 4. Числові, функціональні і степеневі ряди та їх збіжність

Числовий ряд, його сума, збіжність. Необхідна умова збіжності ряду. Властивості збіжних рядів. Критерій Коші збіжності ряду. Ряди з невід'ємними членами. Критерій збіжності і наслідок. Ознаки порівняння. Ознаки Д'Аламбера і Коші. Логарифмічна ознака та інтегральна ознака Маклорена–Коші збіжності рядів з невід'ємними членами.

Знакозмінні ряди. Ряди Ляйбніця. Абсолютно й умовно збіжні ряди. Властивості абсолютно збіжних рядів. Ознаки збіжності Ляйбніця, Діріхле та Абеля. Інші властивості збіжних рядів: групування та переставлення членів ряду, множення рядів.

Функціональні ряди. Множина збіжності ряду. Рівномірна збіжність функціонального ряду. Критерій Коші рівномірної збіжності функціонального ряду. Ознаки рівномірної збіжності. Властивості рівномірно збіжних рядів. Степеневі ряди. Радіус збіжності та множина збіжності степеневого ряду. Теорема Коші — Адамара. Рівномірна збіжність степеневого ряду. Властивості суми степеневого ряду. Розвинення функцій в степеневі ряди Тейлора і Маклорена. Поняття комплексного числа. Комплексні розв'язки алгебраїчних рівнянь та їх геометричне відображення. Дії над комплексними числами. Тригонометричні і гіперболічні функції. Тригонометричне зображення комплексних чисел. Степеневі ряди з комплексними членами. Теорема Коші–Адамара для комплексних рядів. Показникова функція на комплексній площині.

Література [1; 3; 5; 7; 8; 10;12]

Тема 5. Функції обмеженої варіації. Інтеграл Стільтьєса

Монотонні функції та їх найпростіші властивості. Теорема про розклад монотонної функції. Поняття функції обмеженої варіації. Означення і приклади. Теорема Жордана. Інтеграл Стільтьєса. Суми Дарбу–Стільтьєса. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій. Властивості інтеграла Стільтьєса. Інтеграл Стільтьєса відносно функції обмеженої варіації. Теорема про граничний перехід.

Література [5; 9; 11; 12]

Тема 6. Функції багатьох змінних. Похідні від функцій багатьох змінних. Елементи аналізу в метричних просторах

Відстань між векторами у багатовимірному просторі Евкліда. Окіл вектора. Границя послідовності векторів. Метрика метричного простору і її властивості.

Функції двох змінних, поняття функції багатьох змінних. Функції на метричних просторах. Границя функції у точці. Неперервні функції. Необхідна та достатня умови неперервності. Компактні множини та їх властивості. Властивості неперервних функцій на компактах. Нерухома точка, принцип стискаючих відображень (теорема Банаха). Застосування теореми Банаха, зокрема, для розв'язання функціональних рівнянь. Функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних у точці. Неперервність композиції неперервних функцій. Неперервність функції на множині. Теореми про функції, неперервні на множинах. Рівномірна неперервність. Частинні похідні і частинні диференціали функції багатьох змінних. Градієнт функції. Похідна за напрямом. Диференційованість функції в точці. Диференціал функції. Диференціювання складної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Основні закони диференціювання. Геометричний зміст частинних похідних і повного диференціала. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора. Локальні екстремуми функції багатьох змінних. Необхідні умови локального екстремуму. Достатні умови строго локального екстремуму. Опуклі функції. Поняття вектор-функції (відображення). Неперервність відображень. Диференційовність відображень. Властивості диференційовних відображень. Теорема про диференціювання скдадної вектор-функції. Теорема про існування і властивості оберненого відображення.

Література [1; 3; 5; 7; 8; 10; 12]

Тема 7. Кратні, криволінійні і поверхневі інтеграли, їх застосування

Поняття розбиття прямокутника. Виведення подвійного інтеграла по прямокутнику. Теорема про безпосереднє обчислення подвійного інтеграла по прямокутнику (зведення подвійного інтеграла до двох інтегралів Рімана). Виведення потрійного інтеграла по 3-вимірному брусі (паралелепіпеді). Формули обчислення потрійних інтегралів шляхом зведення до подвійних та інтегралів Рімана. Властивості подвійних та потрійних інтегралів по брусах. Вимірні множини за Жорданом. Міра Жордана. Циліндричні множини. Подвійні та потрійні інтеграли по вимірних множинах. Формули для обчислення таких інтегралів. Формули заміни змінних, зокрема, переходу до полярної системи координат.

Криволінійний інтеграл 1-го роду і його властивості. Зведення до інтеграла Рімана (визначеного інтеграла). Криволінійний інтеграл 2-го роду і його властивості. Випадок замкнутого контуру. Формула Ґріна. Зв'язок між криволінійними інтегралами 1-го та 2-го роду. Застосування криволінійних інтегралів 1-го та 2-го роду. Поверхневі інтеграли 1-го роду. Зведення поверхневого інтегралу до подвійного.

Односторонні та двосторонні поверхні. Орієнтація поверхні. Приклад односторонньої поверхні (лист Мьобіуса). Поверхневі інтеграли 2-го роду. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го та 2-го роду. Формула Ґауса–Остроградського. Застосування формули Ґауса–Остроградського для обчислення поверхневих інтегралів.

Література [1; 3; 6–8; 11; 12]

Тема 8. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є

Ряд Фур'є по ортонормованій послідовності функцій. Збіжність у середньому квадратичному. Рівність Парсеваля. Коефіцієнти Фур'є. Розвинення функцій в тригонометричний ряд Фур'є. Комплексна форма ряду Фур'є. Збіжність рядів Фур'є. Ядро Діріхле і інтеграл Діріхле. Ядро Феєра, теорема Феєра та її наслідки. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Диференціювання та інтегрування рядів Фур'є. Інтеграл Фур'є. Збіжність інтеграла Фур'є в точці. Ознаки Діні та Лівшиця. Перетворення Фур'є та його властивості. Застосування перетворення Фур'є.

Література [1; 3; 6–8; 11; 12]

Тема 9. Вимірні функції та інтеграл Лебеґа

Міра плоских множин. Міра Лебеґа плоских множин. Загальне поняття міри. Адитивність та сігма-адитивність. Продовження міри за Лебеґом. Продовження міри за Жорданом. Вимірні функції: означення та властивості. Дії над вимірними функціями. Збіжність майже скрізь і збіжність за мірою. Теорема Єгорова. Інтеграл Лебеґа для простих функцій. Загальне означення інтеграла Лебеґа. Абсолютна неперервність і граничний перехід під знаком інтеграла Лебеґа. Порівняння інтеграла Лебеґа та інтеграла Рімана.

Література [9; 11; 12]

ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ

Перший семестр. Теми 1–3

1. Дати поняття множини і навести означення дій над множинами.
2. Дати означення відображення (функції), образу та праобразу відображення. Що таке бієкція?
3. Дати означення рівнопотужності та зліченності множин.
4. Що таке множини цілих, раціональних і дійсних чисел і яка потужність кожної з цих множин?
5. Описати діагональний метод Кантора та його застосування.

6. Що таке середнє арифметичне і середнє геометричне? Сформулювати нерівність Коші для них.
7. Сформулювати дві нерівності Коші.
8. Дати означення точної верхньої та нижньої граней числової множини.
9. Чи може незліченна множина бути обмеженою? Навести приклад.
10. Сформулювати лему про вкладені відрізки?
11. Дати означення границі послідовності (окремо для випадку збіжності до нескінченності). Чи можуть елементи числової послідовності мати однакові значення?
12. Сформулювати теорему про границі суми, частки та добутку збіжних послідовностей.
13. Сформулювати теорему про три послідовності.
14. Знайти границю послідовності чисел коренів n-го степеня від чисел $n = 1, 2, 3...$.
15. Отримати число Ойлера e як границю числової послідовності.
16. Дати означення фундаментальної послідовності.
17. Сформулювати критерій Коші збіжності послідовності.
18. Що таке границя функції в точці? Дати означення за Коші і Гайне.
19. Яке значення набуває границя $\sin x/x$ при x, що прямує до нуля.
20. Що таке 'o'-маленьке? Сформулювати теорему, яка зводить існування 'o'-маленького між двома фукціями до існування відповідної границі.
21. Дати означення еквівалентності двох функцій.
22. Означення неперервності функції в точці.
23. Сформулювати теорему про неперервність суми, частки та добутку двох функцій.
24. Сформулювати дві теореми Ваєрштраса про неперервну функцію на відрізку.
25. Дати означення рівномірно неперервної функції і навести приклад такої функції, яка є неперервною, але не є рівномірно неперервною.
26. Дати означення похідної функції в точці.
27. Пояснити геометричний зміст похідної.
28. Пояснити фізичний зміст похідної.
29. Сформулювати теорему про похідні від суми, добутку і частки двох функцій.
30. Як знайти похідну суперпозиції двох функцій: складної та оберненої?

31. Записати похідні від найпростіших елементарних функцій.
32. Сформулювати теореми Ферма і Лаґранжа для функцій, які мають похідні.
33. Що таке диференціал функції? Сформулювати теорему, яка зводить обчислення диференціала функції в точці до обчислення похідної.
34. Записати формули Тейлора із залишковим членом у формі Пеано і Лаґранжа.
35. Що таке правила Льопіталя і для чого вони застосовуються?
36. Який зв’язок між монотонністю функції та її похідною?
37. Сформулювати необхідні і достатні умови екстремуму функції.
38. Що таке точка перегину функції та як її шукати?
39. Яка схема побудови графіку заданої функції за допомогою похідних і границь?
40. Дати означення первісного та невизначеного інтеграла.
41. Сформулювати найпростіші властивості невизначеного інтеграла.
42. Записати невизначені інтеграли в разі найпростіших елементарних функцій.
43. Сформулювати два основних способи знаходження невизначених інтегралів (методи підстановки та інтегрування частинами).
44. Як інтегрувати найпростіші раціональні дроби?
45. Записати загальну схему інтегрування раціонального дробу.
46. Які інтеграли підстановками зводяться до інтегрування раціонального дробу?
47. Що таке визначений інтеграл (інтеграл Рімана)?
48. Яка геометрична інтерпретація інтеграла Рімана?
49. Сформулювати умову інтегрованості функції на відрізку.
50. Сформулювати властивості інтеграла Рімана.
51. Сформулювати основну теорему інтегрального числення (формула Ньютона–Ляйбніца).
52. Записати формулу для обчислення об’єму тіла обертання.
53. Що таке невласний інтеграл за необмеженим інтервалом і який критерій його збіжності?
54. Що таке абсолютна та умовна збіжність невласних інтегралів?
55. Дати означення невласного інтеграла від необмеженої функції.

Другий семестр. Теми 4–6

56. Дати означення збіжності числового ряду.
57. Сформулювати три ознаки порівняння.

58. Сформулювати ознаку Д'Аламбера.
59. Сформулювати ознаку Коші.
60. Сформулювати інтегральну ознаку Маклорена–Коші.
61. Дати означення умовно і абсолютно збіжного рядів.
62. Сформулювати ознаку Ляйбніця збіжності числових рядів.
63. Сформулювати ознаку Абеля збіжності числових рядів.
64. Дати означення поточкової та рівномірної збіжностей функціонального ряду.
65. Сформулювати ознаку Ваєрштраса збіжності функціональних рядів.
66. Дати означення степеневого ряду та його радіусу збіжності.
67. Сформулювати теорему Коші–Адамара.
68. Сформулювати теорему про неперервність суми степеневого ряду.
69. Написати формули розвинення функції в ряди Маклорена і Тейлора.
70. Дати означення збіжності та абсолютної збіжності ряду з комплексними числами.
71. Сформулювати теорему Коші–Адамара для збіжності степеневого ряду.
72. Дати означення функції обмеженої варіації.
73. Що таке варіація функції?
74. Сформулювати теорему Жордана.
75. Записати суми Дарбу–Стільтьєса.
76. Дати означення інтеграла Стільт'єса (Рімана–Стільтьєса).
77. Сформулювати властивості інтеграла Стільтьєса.
78. Чи є неперервна функція інтегрованою за Стільтьєсу?
79. Чи існує інтеграл Стільтьєса відносно функції обмеженої варіації?
80. Сформулювати теорему про граничний перехід під знаком в інтеграла Стільтьєса.
81. Дати означення метрики (віддалі) та метричного простору.
82. Сформулювати властивості віддалі в метричному простору.
83. Дати означення збіжності послідовності елементів метричного простору.
84. Що таке внутрішня точка множини?
85. Дати означення фундаментальної послідовності в метричному просторі та повного метричного простору.

86. Ввести поняття функції, що діє з одного метричного простору в інший, і дати означення границі такої функції в точці.
87. Дати означення неперервності функції в точці та на множині.
88. Які основні властивості неперервних дійсних функцій?
89. Дати означення покриття та відкритого покриття множини.
90. Ввести поняття компактної множини та компактного простору.
91. Сформулювати теорему Больцано–Ваєрштраса для компактних множин.
92. Сформулювати критерій компактності (теорема Гауздорфа).
93. Дати означення нерухомої точки та відображення стиску.
94. Сформулювати теорему Банаха.
95. Дати означення похідної за напрямом у точці та на відкритій множині.
96. Сформулювати теорему про обчислення похідних за напрямом.
97. Дати означення частинної похідної дійсної функції багатьох змінних за k-тою змінною.
98. Дати означення похідної (градієнта) дійсної функції багатьох змінних.
99. Записати формулу, що виражає похідну за напрямом через градієнт.
100. Дати означення диференційовності функції та диференціала функції.
101. Сформулювати теорему про диференційовність суми, добутку та частки двох диференційовних функцій.
102. Дати означення похідної другого порядку за двома напрямами і частинної похідної другого порядку.
103. Дати означення точки абсолютного максимуму (мінімуму) і локального максимуму (мінімуму) для дійсної функції багатьох змінних.
104. Сформулювати необхідні умови для існування локальних екстремумів функції багатьох змінних.
105. Сформулювати достатні умови для існування локальних екстремумів функції багатьох змінних.
106. Сформулювати достатні умови для існування локальних екстремумів функції двох змінних.
107. Ввести поняття вектор-функції (відображення), дати означення лінійної вектор-функції.
108. Дати означення неперервності вектор-функції в точці та на множині.

109. Сформулювати теорему про умови для неперервності вектор-функції.
110. Дати означення диференційовності вектор-функції в точці та на множині.

Третій семестр. Тема 7–9

111. Що таке розбиття прямокутника у двовимірному просторі Евкліда?
112. Дати означення подвійного інтеграла по прямокутнику.
113. Сформулювати теорему, яка зводить обчислення подвійного інтеграла по прямокутнику до двох інтегралів Рімана.
114. Дати означення потрійного інтеграла по паралелепіпеді в тривимірному просторі Евкліда.
115. Сформулювати теорему, яка зводить обчислення потрійного інтеграла по паралелепіпеді до подвійного інтеграла та інтеграла Рімана.
116. Дати означення вимірної за Жорданом множини на площині.
117. Дати означення m-кратного інтеграла за вимірною (за Жорданом) множиною, вважаючи, що m=2 або m=3.
118. Сформулювати найпростіші властивості m-кратного інтеграла.
119. Записати формулу обчислення m-кратного інтеграла від неперервної функції по циліндричній множині.
120. Що таке якобіан відображення? Яка його величина при переході до полярної системи координат?
121. Сформулювати теорему про заміну змінних для обчислення кратних інтегралів?
122. Дати означення криволінійного інтеграла першого роду через границю відповідної інтегральної суми.
123. Яка фізична інтерпретація криволінійного інтеграла першого роду, якщо підінтегральна функція є невід’ємною?
124. Сформулювати теорему, яка зводить обчислення криволінійного інтеграла першого роду до відповідного інтеграла Рімана.
125. Дати означення криволінійного інтеграла другого роду через границю відповідної інтегральної суми.
126. Який зв’язок між криволінійними інтегралами першого і другого родів?
127. Що таке гладка крива в m-вимірному просторі?
128. Записати формулу Ґріна і пояснити її застосування.

129. Коли значення криволінійного інтеграла не залежить від шляху інтегрування?
130. Що таке двовимірний многовид (поверхня) в m-вимірному просторі?
131. Записати формулу для обчислення площі поверхні, заданої параметрично, у тривимірному просторі.
132. Записати формулу для обчислення площі поверхні, заданої явним чином, у тривимірному просторі.
133. Сформулювати теорему, яка зводить обчислення поверхневого інтеграла першого роду до відповідного подвійного інтеграла.
134. Яка фізична інтерпретація поверхневого інтеграла першого роду і як за його допомогою знайти центр маси поверхні?
135. Як вводиться орієнтація гладкої поверхні?
136. Який загальний запис поверхневого інтеграла другого роду по орієнтованій поверхні?
137. Записати та пояснити формулу Ґауса–Остроградського.
138. Сформулювати фізичну інтерпретацію формули Ґауса–Остроградського і записати її у векторній формі.
139. Дати означення ортонормованої системи функцій.
140. Які властивості ортонормованої системи тригонометричних функцій?
141. Як обчислюються коефіцієнти Фур'є?
142. Як розвинути функцію у тригонометричний ряд Фур'є?
143. Що таке комплексна форма ряду Фур'є?
144. Розповісти про ядра Діріхле і Феєра.
145. Сформулювати теорему про збіжність ряду Фур'є в точці.
146. Сформулювати теорему про рівномірну збіжність рядів Фур'є.
147. За яких умов можна почленно диференціювати ряди Фур'є?
148. За яких умов можна почленно інтегрувати ряди Фур'є?
149. Що таке інтеграл Фур'є та інтегральні формули Фур'є.
150. Сформулювати ознаки Діні та Ліпшиця.
151. Дати означення перетворення Фур'є.
152. Сформулювати теорему про знаходження функції за перетворенням Фур'є (формула обертання).
153. Записати косинус- і синус-перетворення Фур'є.
154. Дати означення міри Лебеґа плоских множин.
155. Сформулювати загальне поняття міри.
156. Що таке сігма-адитивність міри?
157. Дати означення борелівської множини та борелівської функції.

158. Які функції називаються вимірними?
159. Дати означення збіжності майже скрізь та збіжності за мірою.
160. Як будується інтеграл Лебеґа для простих функцій?
161. Дати загальне означення інтеграла Лебеґа по множині скінченої міри.
162. Сформулювати теорему про абсолютну неперервність інтеграла Лебеґа.
163. Написати нерівність Чебишова.
164. Які умови для граничного переходу під знаком інтеграла Лебеґа?
165. Сформулювати теорему Леві.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Валєєв К. Г. та ін.* Вища математика: Навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисциплін. — К.: КНЕУ, 1999.
2. *Вища* математика: Зб. задач / За ред. В. П. Дубовика, І. І. Юрика. — К.: А.С.К, 2001.— 480 с.
3. *Вища* математика: Підручник: У 2 кн. / За ред. Г. Л. Кулініча. — К.: Либідь, 2003.
4. *Городній М. Ф., Митник Ю. В., Кашпіровський О. І.* Основи математичного аналізу — К.: КМ “Академія”, 2004. —Ч.1. —98 с.
5. *Дороговцев А. Я.* Математичний аналіз. — К.: Либідь, 1993. — Ч.1. — 320 с.
6. *Дороговцев А. Я.* Математичний аналіз. — К.: Либідь, 1993 — Ч.2. — 304 с.
7. *Дубовик В. П., Юрик І. І.* Вища математика. — К.: Вища шк., 1993. —648 с.
8. *Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б. Х.* Математический анализ, — М.: Наука, 1979. — 720 с.
9. *Колмогоров А. М., Фомін С. В.* Елементи теорії функцій та функціонального аналізу. — К.: Вища шк., 1974. — 456 с.
10. *Никольский С. М.* Курс математического анализа. — М.: Наука, 1990 — Т.1. — 528 с.
11. *Никольский С. М.* Курс математического анализа. — М.: Наука, 1990 — Т.2. — 544 с.
12. *Рудин У.* Основы математического анализа. — М.: Наука, 1982 – 520 с.

Додаткова

13. *Берман Г. Н.* Сборник задач по курсу математического анализа. — М.: Наука, 1975.
14. *Ванагас В., Гинзбург В., Манько В. и др.* Математический анализ. — М.: Итоги ВИНИТИ 22, 1984. — 256 с.
15. *Двайт Г. Б.* Таблицы интегралов и другие математические формулы. — М.: Наука, 1977. —228 с.
16. *Дьедоне Ж.* Основы современного анализа. — М.: Мир, 1964. — 400 с.
17. *Задачи* и упражнения по математическому анализу / Под ред. Б. П. Демидовича. — М.: Наука, 1968.
18. *Зорич В. А.* Математический анализ: В 2 т. — М.: Наука, 1981. — 1984.
19. *Кудрявцев Л. Д.* Курс математического анализа. — М.: Высш. шк., 1981. — Т.1; 2.
20. *Ляшко И. И., Боярчук А. К., Гай Я. Г., Калайда А. Ф.* Математичеcкий аналіз: В 3 ч. — К.: Вища шк., 1983.
21. *Фихтенгольц Г. М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. — М.: Наука, 1969. — Т.1–3.
22. *Godement R.* Analyse methematique. I. — Springer-Verlag. — Berlin, 1998. —390 s.
23. *Godement R.* Analyse methematique. II. — Springer-Verlag. — Berlin, 1998. —380 s.
24. *Godement R.* Analyse methematique. III. — Springer-Verlag. — Berlin, 2002. —490 s.
25. *Godement R.* Analyse methematique. IV. — Springer-Verlag. — Berlin, 2003. —599 s.
26. *Kaczor W. J., Nowak M. T.* Problems in mathematical analysis. I. — AMS, Providence, 2000. — 368 p.
27. *Kaczor W. J., Nowak M. T.* Problems in mathematical analysis. II. — AMS, Providence, 2001. — 398 p.
28. *Kaczor W. J., Nowak M. T.* Problems in mathematical analysis. III. — AMS, Providence, 2003. — 356 p.
29. *Lewin J.* An interactive introduction to mathematical analysis (with 1 CD–ROM). — Cambridge University Press. — Cambridge, 2003. — 492 p.
30. *Pier Jean-Paul.* Mathematical analysis during the 20th century. — Oxford University Press. — New York, 2001. — 428 p.
31. *Pugh Ch. Ch.* Real mathematical analysis. — Springer-Verlag. — New York, 2002. — 437 p.

ЗМІСТ

Відповідальний за випуск *Ю. В. Нешкуренко*
Редактор *С. Г. Рогузько*
Комп’ютерне верстання *Г. М. Макуха*

Зам. № ВКЦ-2441
Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП