

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни

“МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ”

(для бакалаврів, спеціалістів)

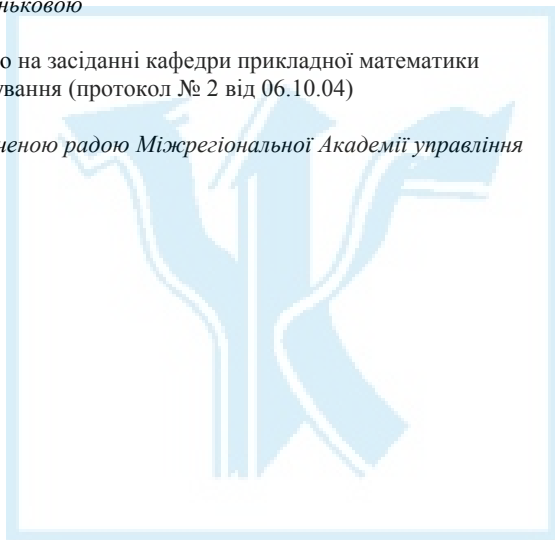
МАУП

Київ 2005

Підготовлено кандидатом фізико-математичних наук *Н. Б. Чорней*,
кандидатами фізико-математичних наук, доцентами *Р. К. Чорнесь*
та *О. О. Юньковою*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики
та програмування (протокол № 2 від 06.10.04)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління
персоналом*



Чорней Н. Б., Чорней Р. К., Юнькова О. О. Програма вивчення дисципліни
“Математичне програмування” (для бакалаврів, спеціалістів). — К.: МАУП,
2005. — 20 с.

Програма містить пояснювальну записку, навчально-тематичний план, програмний матеріал до вивчення дисципліни “Математичне програмування”, вказівки до виконання контрольної роботи, теоретичні питання та практичні задачі для контрольної роботи, контрольні питання, а також список рекомендованої літератури.

© Міжрегіональна Академія
управління персоналом (МАУП),
2005

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Більшість завдань, що постають у реальному секторі економіки та менеджменті, пов'язані з необхідністю ефективного управління з метою досягнення в певному розумінні оптимального рішення. Для його прийняття, як правило потребуються попередні розрахунки. Саме такими розрахунками і займається наукова дисципліна “Математичне програмування”.

У реальних ситуаціях зазвичай існує кілька можливих варіантів рішення конкретної економічної проблеми. Для того, щоб вибрати серед них оптимальний, необхідно знати наслідки кожного з них. Для аналізу економічних задач і кількісного обґрунтування їх можливих рішень застосовують різні підходи та методи теорії математичного програмування. Математичне програмування — це наука про підготовку та прийняття оптимальних рішень, математичні аспекти задач, пов'язаних з оптимальним плануванням виробництва та прийняттям найкращих (оптимальних) рішень за обмежених можливостей. Математичне програмування формулює оптимізаційні задачі та розробляє методи і алгоритми їх розв'язання.

Основна мета вивчення дисципліни “Математичне програмування” — ознайомитись з основними моделями задач оптимального планування та особливостями їх застосування. Опанування теорії математичного програмування дасть змогу визначати оптимальні рішення типових економічних задач, аналізувати альтернативні варіанти, обґрунтовано приймати управлінські рішення на різних ієрархічних рівнях.

Програма курсу математичного програмування охоплює традиційні розділи теорії оптимізації — лінійне, цілочислове, динамічне, нелінійне програмування, елементи теорії ігор. Задачі оптимального планування в умовах ризику та невизначеності розглядаються в розділі стохастичного програмування.

Для перевірки рівня засвоєння теоретичного матеріалу подаються контрольні питання. Оволодіння практичними навичками розв'язання типових оптимізаційних задач перевіряється контрольною роботою.

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН
вивчення дисципліни
“МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ”

№ пор.	Назва теми
1	Предмет дисципліни
2	Лінійне програмування
3	Двоїстість у лінійному програмуванні
4	Методика розв’язування транспортної задачі
5	Цілочислове програмування
6	Нелінійне програмування
7	Динамічне програмування
8	Стохастичне програмування
9	Основи теорії ігор

ПРОГРАМНИЙ МАТЕРІАЛ
до вивчення дисципліни
“МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ”

Тема 1. Предмет дисципліни

1. Загальна постановка оптимізаційної задачі, її структура: цільова функція, обмеження як спосіб опису множини допустимих планів.
2. Змістовні приклади задач математичного програмування в економіці, менеджменті.
3. Означення розв’язку задачі математичного програмування: оптимальний план, оптимальне значення цільової функції, точка оптимуму, проблема його пошуку.
4. Геометричне тлумачення простих оптимізаційних задач з однією та двома змінними.
5. Класифікація задач і методів математичного програмування: лінійне, нелінійне, цілочислове (дискретне).
6. Поняття про дробово-лінійне, квадратичне, геометричне, опукле, динамічне, потокове, параметричне та стохастичне програмування.

Література [1–9; 11–15; 17; 19; 20; 23]

Тема 2. Лінійне програмування

1. Математична постановка, економічні приклади задач лінійного програмування.
2. Геометричний метод розв'язування задач лінійного програмування з двома змінними; ілюстрація можливих випадків при розв'язуванні задачі.
3. Канонічна задача лінійного програмування, основні форми її запису: розгорнута, за допомогою векторів умов, матрична.
4. Правила переходу від загальної задачі лінійного програмування до канонічної.
5. Дослідження канонічної задачі лінійного програмування, поняття опорного плану, теореми про існування опорного плану, про геометричні властивості опорного та неопорного планів, про розв'язування канонічної задачі.
6. Теоретичні основи симплекс-методу розв'язування канонічної задачі лінійного програмування: поняття базису, допустимого базису; взаємозв'язок базису і опорних планів; ознаки оптимальності або необмеженості цільової функції на множині допустимих планів; правило покращання неоптимального допустимого базису.
7. Алгоритм симплекс-методу та його реалізація за допомогою симплекс-таблиць.
8. Поняття про виродженість у лінійному програмуванні.
9. Запобігання зациклюванню при виродженості.
10. Метод штучного базису, дво- та одноетапний варіанти його реалізації.
11. Поняття про модифікований алгоритм симплекс-методу.
12. Розв'язування задач лінійного програмування на ПЕОМ.

Література [1–9; 11–15; 17–23]

Тема 3. Двоїстість у лінійному програмуванні

1. Теорія двоїстості для випадку симетричної пари взаємодвоїстих задач: означення прямої задачі та двоїстої до неї в симетричному випадку, їх взаємозв'язок; співвідношення між допустимими значеннями цільових функцій прямої та двоїстої задач.
2. Перша та друга теореми двоїстості.
3. Знаходження розв'язку однієї з пари симетричних взаємодвоїстих задач за відомим розв'язком іншої задачі.
4. Економічне тлумачення теорем двоїстості (оптимальні значення двоїстих змінних як оптимальні оцінки ресурсів у задачі оптимізації плану виробництва).

5. Теорія двоїстості для випадків, коли вихідною є загальна задача лінійного програмування або канонічна задача.
6. Поняття про двоїстий симплекс-метод.
7. Опрацювання стандартної інформації про післяоптимізаційний аналіз розв'язування задачі лінійного програмування на ПЕОМ.

Література [1; 3–9; 11; 13–15; 17–23]

Тема 4. Методика розв'язування транспортної задачі

1. Постановка транспортної задачі, умова існування її розв'язку.
2. Пошук початкового базису: методи північно-західного кута і найменшого елемента.
3. Пошук оптимального опорного плану перевезень за методом потенціалів.
4. Розв'язування транспортної задачі на ПЕОМ.

Література [1–9; 11; 13–15; 17–20; 22; 23]

Тема 5. Цілочислове програмування

1. Економічні приклади, математична постановка задач цілочислового (дискретного) програмування.
2. Методи відтинань і розгалуженого пошуку для розв'язування задач цілочислового лінійного програмування.
3. Розв'язування оптимізаційних задач з цілочисловими або логічними (бульовими) змінними на ПЕОМ.

Література [1–9; 11; 13–15; 17–20; 22; 23]

Тема 6. Нелінійне програмування

1. Причини виникнення і приклади нелінійностей в оптимізаційних економічних задачах.
2. Класи задач нелінійного програмування: одно- та багатовимірні, з обмеженнями або без обмежень.
3. Поняття про окремі підкласи задач: квадратичного, геометричного, дробово-лінійного, опуклого програмування тощо.
4. Відмінність між глобальним та локальним оптимумами, точним та наближеним розв'язками задачі.
5. Методи одновимірної оптимізації: непрямі (класична схема пошуку стаціонарних точок, половинного поділу, дотичних, січних) та прямі (рівномірний пошук; рівномірний випадковий пошук; метод лама-них; пошук за золотим перерізом).
6. Багатовимірна задача оптимізації без обмежень, її основні властивості.

7. Класична схема багатовимірної оптимізації без обмежень за теоремою Ферма; обмеженість класичної схеми. Методи непрямі (градієнтний та його різновиди; Ньютона; квазіньютоніві) та прямі (покоординатного підйому).
8. Властивості багатовимірної задачі оптимізації з обмеженнями; достатні умови існування розв'язку; необхідна умова локального екстремуму в термінах можливих напрямків і напрямків зростання цільової функції; особливості задачі опуклого програмування.
9. Функція Лагранжа та її сідлові точки; двоїстість у нелінійному програмуванні.
10. Умови оптимальності, засновані на застосуванні диференціального числення; теорема Куна — Таккера.
11. Поняття про методи багатовимірної оптимізації з обмеженнями (проекткування можливих напрямків, лінеаризації, штрафних функцій).
12. Розв'язування задач нелінійного програмування на ПЕОМ.

Література [1; 3–9; 11; 13–15; 17–20; 22–24]

Тема 7. Динамічне програмування

1. Загальна постановка задачі динамічного програмування.
2. Основні типи задач і моделей динамічного програмування.
3. Багатокроковий процес прийняття рішень і динамічне програмування.
4. Метод рекурентних співвідношень.
5. Принцип оптимальності Беллмана.
6. Приклади розв'язування оптимізаційних задач методами динамічного програмування.

Література [1; 3–5; 7–9; 11; 13–15; 17; 19; 20; 23]

Тема 8. Стохастичне програмування

1. Загальна постановка задачі стохастичного програмування, її особливості щодо оперативного управління та перспективного планування.
2. Класифікація задач стохастичного програмування.
3. Методи розв'язування задач стохастичного програмування, приклади їх реалізації.
4. Можливість та ефективність застосування методів стохастичного програмування для розв'язування детермінованих оптимізаційних задач.

Література [1; 3–5; 7–9; 11; 13–17; 19; 20; 23]

Тема 9. Основи теорії ігор

1. Основні поняття теорії ігор.
2. Приклади ігрових задач в економіці та менеджменті.
3. Матричні ігри двох осіб. Платіжна матриця.
4. Гра в чистих стратегіях.
5. Максимінна та мінімаксна стратегії.
6. Сідлова точка.
7. Мішані стратегії.
8. Основна теорема теорії матричних ігор.
9. Зведення антагоністичної матричної гри двох осіб до задачі лінійного програмування.

Література [1; 3–5; 7–11; 13–15; 17; 19; 20; 23]

ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Контрольна робота складається з п'яти задач. Кожне практичне завдання містить 10 варіантів.

Варіант контрольного завдання студенти обирають за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (цифрі “0” відповідає варіант 10).

Контрольну роботу студенти виконують самостійно в зошиті або на аркушах формату А4 з полями для позначок викладача. При виконанні кожного завдання необхідно зазначити його номер і переписати умову. Розв'язання обов'язково потрібно супроводжувати поясненнями. У розрахунках слід використовувати правила наближених обчислень.

ЗАДАЧІ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Задача 1. Розв'язати графічно задачу лінійного програмування:

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$1) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10; \\ x_1 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$2) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 4x_1 + x_2 \leq 36; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \min;$$

$$3) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 - 3x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$4) \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 5x_2 \geq 20, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 15; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min;$$

$$5) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ x_1 + 5x_2 \geq 5; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min;$$

$$6) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ x_1 + 5x_2 \geq 5; \\ x_1 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \min;$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9; \end{cases}$$

$$L(x) = -4x_1 - x_2 \rightarrow \max;$$

$$8) \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max;$$

$$9) \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ x_1 - x_2 \geq 4; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_2 \leq 4; \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 2. Розв'язати симплекс-методом задачу лінійного програмування:

$$L(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min;$$

$$1) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 - 3x_2 \leq 4; \\ x_1 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min;$$

$$2) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ x_1 + 5x_2 \geq 5; \\ x_1 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$3) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10; \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = -4x_1 - x_2 \rightarrow \max;$$

$$4) \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 4x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \leq 10; \\ x_1 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max;$$

$$5) \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 4; \end{cases}$$

$$L(x) = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$6) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 4x_1 + x_2 \leq 36; \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$7) \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_2 \leq 4; \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$8) \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 15; \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min;$$

$$9) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ x_1 + 5x_2 \geq 5; \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \min;$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ -x_1 + 3x_2 \leq 9; \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 3. Для заданої задачі лінійного програмування побудувати двоїсту, розв'язати одну з пари двоїстих задач симплекс-методом і за її розв'язком знайти розв'язок двоїстої до неї:

$$L(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 1; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max;$$

$$2) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 30, \\ x_1 - 5x_2 \leq 5; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$3) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ x_1 + x_2 \geq 7, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min;$$

$$4) \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 + 3x_2 \geq 3, \\ 6x_1 + x_2 \geq 6; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$5) \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 12, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 - 9x_2 \rightarrow \max;$$

$$6) \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 3, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 6x_1 + x_2 \leq 36; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$7) \begin{cases} x_1 + 5x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_2 \leq 3; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$8) \begin{cases} x_1 - 5x_2 \geq 5, \\ x_1 - x_2 \geq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 11; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = -x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$9) \begin{cases} -5x_1 + x_2 \geq 5, \\ -x_1 + x_2 \geq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 11; \\ x_1, x_2 \geq 0; \end{cases}$$

$$L(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \min;$$

$$10) \begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2, \\ 3x_1 - 4x_2 \geq 6, \\ x_1 \geq 3; \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задача 4. Розв'язати методом потенціалів транспортну задачу:

1)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	7	3	4	8	6	20
P_2	5	7	2	3	5	60
P_3	1	4	5	2	6	45
P_4	3	4	2	7	8	70
b	25	40	50	35	45	

2)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	5	1	5	2	4	30
P_2	5	7	6	3	2	70
P_3	1	5	4	2	6	25
P_4	1	6	3	3	5	25
b	10	40	20	60	20	

3)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	2	8	4	6	3	95
P_2	3	2	5	2	6	55
P_3	6	5	8	7	4	40
P_4	3	4	4	2	1	60
b	30	90	80	20	30	

4)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	8	4	6	3	1	28
P_2	9	3	8	5	7	13
P_3	7	3	5	9	8	19
P_4	2	1	4	5	7	20
b	13	13	13	13	28	

5)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	7	3	1	5	4	30
P_2	7	5	8	3	2	25
P_3	6	4	8	3	2	45
P_4	3	1	7	6	2	20
b	10	35	15	25	35	

6)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	8	6	7	3	4	50
P_2	7	4	9	3	4	50
P_3	6	1	4	5	2	55
P_4	7	8	3	4	2	50
b	35	30	50	25	65	

7)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	6	1	7	3	3	20
P_2	7	4	4	8	4	90
P_3	8	2	3	5	7	80
P_4	3	4	2	8	5	60
b	70	40	30	60	50	

8)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	9	1	5	7	1	20
P_2	2	8	4	8	1	15
P_3	2	3	2	8	5	45
P_4	6	1	3	4	7	20
b	10	30	25	15	20	

9)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	9	1	3	2	7	24
P_2	6	9	4	1	5	12
P_3	9	1	2	8	5	18
P_4	3	3	9	6	8	16
b	11	13	26	10	10	

10)

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	a
P_1	8	2	4	9	1	60
P_2	7	5	5	3	6	55
P_3	9	4	6	2	7	85
P_4	5	3	2	6	4	50
b	30	80	65	35	40	

Задача 5. Одним із методів відтинання розв'язати задачу цілочислового програмування:

$$1) \begin{cases} L(x) = x_1 - 3x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} x_1 - 4x_2 \leq 4, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 + 2x_2 \geq 3; \end{cases} \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі}; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} L(x) = -x_1 + x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} -x_1 + 5x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \leq 9, \\ -3x_1 + x_2 \leq 3; \end{cases} \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі}; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} L(x) = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min; \\ \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 + x_2 \leq 8, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 2; \end{cases} \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі}; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} L(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min; \\ \begin{cases} -5x_1 + x_2 \leq 6, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 23, \\ 6x_1 - 5x_2 \geq 6; \end{cases} \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі}; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} L(x) = -x_1 + 3x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -7x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 2x_1 + x_2 \leq 9; \end{cases} \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі}; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} L(x) = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 3, \\ x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 5x_1 + 6x_2 \geq 24; \end{cases} \\ x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі}; \end{cases}$$

$$L(x) = -x_1 + 3x_2 \rightarrow \max;$$

$$7) \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ -x_1 + x_2 \leq 4, \\ 2x_2 \geq 3; \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі};$$

$$L(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min;$$

$$8) \begin{cases} x_1 - 5x_2 \geq 5, \\ x_1 + 2x_2 \leq 13, \\ x_1 + x_2 \geq 6; \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі};$$

$$L(x) = x_1 - 4x_2 \rightarrow \min;$$

$$9) \begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 2, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 13, \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 9; \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі};$$

$$L(x) = -3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min;$$

$$10) \begin{cases} -5x_1 + x_2 \leq 5, \\ x_1 - 7x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 13; \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_1, x_2 - \text{цілі};$$

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

Тема 1. Предмет дисципліни

1. Чим займається математичне програмування?
2. Наведіть загальну постановку оптимізаційної задачі.
3. Що таке цільова функція?
4. Наведіть приклади задач математичного програмування в економіці та менеджменті.
5. Що таке оптимальний план, оптимальне значення цільової функції і чим вони відрізняються?
6. Наведіть приклад геометричного тлумачення оптимізаційної задачі з двома змінними.
7. Класи задач і методів математичного програмування.

Тема 2. Лінійне програмування

1. Наведіть математичну постановку задачі лінійного програмування.
2. Наведіть економічні приклади задач лінійного програмування.
3. Які випадки можуть виникнути при графічному розв'язуванні задачі лінійного програмування?
4. Що таке канонічна задача лінійного програмування?
5. Як можна перейти від загальної задачі лінійного програмування до канонічної?

6. Що таке опорний план? Сформулюйте теорему про існування опорного плану.
7. Які геометричні властивості має опорний план?
8. Наведіть алгоритм симплекс-методу.
9. Ознаки оптимальності цільової функції при використанні симплекс-методу.
10. Ознаки необмеженості цільової функції при використанні симплекс-методу.
11. Що таке вироджена задача лінійного програмування?
12. Метод штучного базису.
13. Модифікований алгоритм симплекс-методу.

Тема 3. Двоїстість у лінійному програмуванні

1. Наведіть означення пари взаємодвоїстих задач лінійного програмування.
2. Співвідношення між допустимими значеннями цільової функції прямої та двоїстої задач.
3. Сформулюйте першу та другу теореми двоїстості.
4. Як можна знайти розв'язок однієї з пари симетричних взаємодвоїстих задач за відомим розв'язком іншої задачі?
5. Наведіть економічне тлумачення теорем двоїстості.
6. Наведіть алгоритм двоїстого симплекс-методу.

Тема 4. Методика розв'язування транспортної задачі

1. Що таке транспортна задача?
2. Основна умова існування розв'язку транспортної задачі.
3. Метод північно-західного кута знаходження початкового базису транспортної задачі.
4. Метод найменшого елемента знаходження початкового базису транспортної задачі.
5. Метод потенціалів.

Тема 5. Цілочислове програмування

1. Причини виникнення цілочислових задач лінійного програмування. Наведіть приклади.
2. Метод відтинань розв'язування задач цілочислового програмування.
3. Метод розгалуженого пошуку.

Тема 6. Нелінійне програмування

1. Чому виникають нелінійні оптимізаційні економічні задачі?
2. Нелінійні моделі оптимізаційних задач.
3. Класифікуйте задачі нелінійного програмування.
4. Задачі квадратичного програмування і методи їх розв'язання.
5. Відмінності глобальних та локальних оптимумів.
6. Метод половинного поділу.
7. Метод дотичних.
8. Що означає рівномірний випадковий пошук?
9. Алгоритм пошуку за золотим перерізом.
10. Властивості багатовимірної задачі оптимізації без обмежень.
11. Градієнтний метод.
12. Достатні умови існування розв'язку багатовимірної задачі оптимізації з обмеженнями.
13. Необхідна умова локального екстремуму в термінах можливих напрямків і напрямків зростання цільової функції.
14. Що означає функція Лагранжа?
15. Поняття двоїстості в нелінійному програмуванні.
16. Сформулюйте теорему Куна — Таккера.
17. Методи багатовимірної оптимізації.

Тема 7. Динамічне програмування

1. Сформулюйте задачу динамічного програмування.
2. Типи задач і моделей динамічного програмування.
3. Метод рекурентних співвідношень.
4. Принцип оптимальності Белмана.
5. Як реалізувати принцип оптимальності Белмана для розв'язування задач динамічного програмування?

Тема 8. Стохастичне програмування

1. Наведіть загальну постановку задачі стохастичного програмування.
2. Як можна застосувати задачі стохастичного програмування для оперативного управління та перспективного планування?
3. Як можна застосувати методи лінійного програмування до розв'язування задач стохастичного програмування?

Тема 9. Основи теорії ігор

1. Наведіть загальну постановку задачі теорії ігор.
2. Наведіть приклади ігрових задач в економіці та менеджменті.
3. Що таке стратегія?
4. Відмінності чистих та мішаних стратегій матричних ігор.
5. У чому полягає вибір стратегії в умовах невизначеності?
6. Критерії вибору рішення.
7. Максимінний критерій Вальда.
8. Критерій мінімаксного ризику Севіджа.
9. У яких випадках застосовується критерій песимізму-оптимізму Гурвиця?
10. Чи завжди існує розв'язок матричних ігор у змішаних стратегіях? Відповідь обґрунтуйте.
11. Сформулюйте основну теорему теорії матричних ігор.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Акулич И. Л.* Математическое программирование в примерах и задачах. — М., 1986. — 320 с.
2. *Вильямс Н. Н.* Параметрическое программирование в экономике. — М.: Статистика, 1976.
3. *Карманов В. Г.* Математическое программирование. — М.: Наука, 1980. — 256 с.
4. *Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б.* Математическое программирование. — М., 1976. — 352 с.
5. *Кулян В. Р., Юнькова Е. А., Жильцов А. Б.* Математическое программирование с элементами информационных технологий. — К.: МАУП, 2000. — 124 с.
6. *Линейное и нелинейное программирование / И. Н. Ляшенко, Е. А. Карагодова, Н. В. Черникова, Н. З. Шор; Под ред. И. Н. Ляшенка.* — К.: Выща шк., 1975. — 372 с.
7. *Математические методы исследования операций: Учеб. пособие для вузов / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич, В. И. Тюптя.* — К., 1979.
8. *Математичне програмування / І. М. Багаєнко, В. С. Григорків, М. В. Бойчук, М. О. Рюмшин.* — К., 1996. — 266 с.

9. *Математичне програмування* / Т. П. Романюк, Т. О. Терещенко, Г. В. Присенко, І. М. Городкова. — К., 1996. — 312 с.
10. *Оуэн Г.* Теория игр. — М.: Мир, 1971. — 230 с.
11. *Попов Ю. Д., Тюття В. І., Шевченко В. І.* Методи оптимізації: Навч. посіб. — К.: Абрис, 1999. — 218 с.

Додаткова

12. *Бугір М. К.* Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. — К., 1998. — 272 с.
13. *Вагнер Г.* Основы исследования операций. В 3 т. — М.: Мир, 1973. — 246 с.
14. *Вентцель Е. С.* Исследование операций. — М.: Сов. радио, 1972. — 552 с.
15. *Давыдов Э. Г.* Исследование операций: Учеб. пособие для студ. вузов. — М., 1990.
16. *Ермольев Ю. М.* Методы стохастического программирования. — М.: Наука, 1976. — 240 с.
17. *Зайченко С. В.* Дослідження операцій. — К.: Вища шк., 1989. — 320 с.
18. *Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемних Ю. Н.* Математические методы в экономике. — М.: ДИС, 1997. — 368 с.
19. *Исследование операций* / Под ред. Дж. Моудера, С. Эмалграби. — М.: Мир, 1981. — Т. 1, 2.
20. *Конюховский П. В.* Математические методы исследования операций в экономике. — СПб.: Питер, 2000. — 208 с.
21. *Математика в экономике: Учеб.-метод. пособие для вузов* / Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. — М.: Финстатинформ, 1999. — 96 с.
22. *Плис А. И., Сливина Н. А.* МATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров: Учеб. пособие. — М.: Финансы и статистика, 1999. — 656 с.
23. *Таха Х.* Введение в исследование операций: Пер. с англ. — 6-е изд. — М.: Издат. дом “Вильямс”, 2001. — 912 с.
24. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1975. — 536 с.

ЗМІСТ

Пояснювальна записка	3
Навчально-тематичний план вивчення дисципліни “Математичне програмування”	4
Програмний матеріал до вивчення дисципліни “Математичне програмування”	4
Вказівки до виконання контрольної роботи	8
Задачі для контрольної роботи	8
Контрольні питання.....	15
Список рекомендованої літератури.....	18

Відповідальний за випуск
Редактор
Комп’ютерне верстання

Н. Г. Потапенко
І. В. Хронюк
Т. Г. Замура

МАУП

Зам. № ВКЦ-2061

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП