

МІЖРЕГІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



МАУП

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА
дисципліни

**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ІМОВІРНІСНІ
ПРОЦЕСИ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**

**(для бакалаврів спеціальностей
“Інтелектуальні системи прийняття рішень”,
“Програмне забезпечення автоматизованих систем”)**

МАУП

Київ 2005

Підготовлено доктором технічних наук, професором *І. В. Бейком*
і кандидатом фізико-математичних наук *В. І. Панчуком*

Затверджено на засіданні кафедри прикладної математики
та програмування (протокол № 9 від 19.05.04)

Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом

Бейко І. В., Панчук В. І. Навчальна програма дисципліни “Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика” (для бакалаврів спеціальностей “Інтелектуальні системи прийняття рішень”, “Програмне забезпечення автоматизованих систем”). — К.: МАУП, 2005. — 18 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, навчально-тематичний план, програмний матеріал до вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика”, контрольні питання, а також список рекомендованої літератури.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальний курс “Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика” охоплює важливі розділи теорії ймовірностей та математичної статистики (випадкові величини, математичні моделі стохастичних процесів, статистичні характеристики випадкових величин і випадкових процесів, основи теорії оцінювання невідомих статистичних параметрів і перевірки гіпотез, кореляційний та регресійний аналіз тощо).

Щоб освоїти матеріал навчальної програми, необхідно володіти знаннями математичного аналізу, лінійної алгебри, дискретної математики та інформатики в обсязі, передбаченому навчальними планами із цих предметів.

Основна мета вивчення дисципліни — ознайомитися з основами теорії, набути навички побудови ймовірнісних і статистичних моделей, виробити ймовірнісно-статистичне мислення та інтуїцію.

У результаті вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика” студенти повинні *знати*:

- важливі поняття теорії ймовірностей;
- методи обчислення ймовірностей випадкових подій і випадкових величин;
- закони розподілу та числові характеристики дискретних і неперервних випадкових величин;
- граничні теореми теорії ймовірностей та їх застосування в математичній статистиці;
- основні ймовірнісні процеси;
- базові поняття математичної статистики;
- методи опрацювання емпіричних даних та отримання спроможних статистичних оцінок невідомих параметрів;
- методи перевірки статистичних гіпотез;
- елементи теорії регресії та кореляції;

уміти:

- застосовувати методи обчислення ймовірностей складних випадкових подій;
- використовувати апарат дослідження дискретних і неперервних випадкових величин;

- застосовувати методи представлення й аналізу статистичної інформації при розв'язуванні практичних задач;
- використовувати отримані результати для обґрунтування прийнятих рішень тощо.

Зазначений обсяг знань і навичок з теорії ймовірностей та математичної статистики слугує підґрунтям для подальшого освоєння інших навчальних курсів, таких як “Прикладна математика”, “Математичне програмування”, “Теорія прийняття рішень”, “Економетрія”, “Економічний ризик і методи його обчислення” тощо.

Запропонований курс розрахований на підготовку фахівців вищої кваліфікації з напрямку “Комп’ютерні науки”.

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН **вивчення дисципліни**

“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”

№ пор.	Назва теми
1	Події та ймовірність
2	Застосування теоретико-множинного підходу при вивченні випадкових подій
3	Незалежність випадкових подій. Теореми про ймовірності складених подій
4	Послідовність однорідних незалежних випробовувань (схема Бернуллі). Граничні теореми у схемі Бернуллі
5	Початкові поняття про емпіричні ряди
6	Дискретні випадкові величини, розподіли їх ймовірностей та числові характеристики
7	Неперервні випадкові величини, їх функції розподілу та числові характеристики
8	Важливі закони розподілу неперервних випадкових величин
9	Багатовимірні випадкові величини
10	Закон великих чисел. Граничні теореми теорії ймовірностей
11	Випадкові процеси
12	Типові задачі математичної статистики
13	Деякі важливі розподіли у статистиці
14	Основи теорії оцінювання
15	Перевірка статистичних гіпотез
16	Елементи теорії кореляції і регресії

ПРОГРАМНИЙ МАТЕРІАЛ
до вивчення дисципліни

**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ, ЙМОВІРНІСНІ ПРОЦЕСИ
ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**

Тема 1. Події та ймовірність

1. Випадковості. Випадкові події та співвідношення між ними.
2. Поняття ймовірності.
3. Елементи комбінаторики в теорії ймовірностей.

Література [1–3; 4, с. 14–24; 5, с. 3–12; 6; 9; 14; 15]

Тема 2. Застосування теоретико-множинного підходу при вивченні випадкових подій

1. Елементарні події. Ймовірнісний простір.
2. Операції над подіями.
3. Про аксіоматичну побудову теорії ймовірностей.

Література [1–3; 4, с. 26–30; 5, с. 5–15; 6; 9; 14; 15]

Тема 3. Незалежність випадкових подій. Теореми про ймовірності складених подій

1. Теорема про ймовірність суми несумісних подій. Ймовірність повної групи подій.
2. Умовні ймовірності.
3. Незалежність подій. Теорема про добуток ймовірностей незалежних подій.
4. Формула повної ймовірності.
5. Формула Байєса (формула ймовірності гіпотез).

Література [1–3; 4, с. 31–53; 5, с. 16–25; 6; 9; 14; 15]

Тема 4. Послідовність однорідних незалежних випробувань (схема Бернуллі). Граничні теореми у схемі Бернуллі

1. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.
2. Найімовірніше число настання події в послідовності випробувань за схемою Бернуллі.
3. Локальна та інтегральна граничні теореми Муавра–Лапласа. Асимптотичні формули для формули Бернуллі.
4. Формула Пуассона для малоймовірних випадкових подій.

Література [1–3; 4, с. 55–63; 5, с. 26–37; 6; 9; 14; 15]

Тема 5. Початкові поняття про емпіричні ряди

1. Поняття статистичного ряду. Форми зображення статистичного ряду.
2. Поняття про статистичний розподіл.
3. Числові характеристики статистичного ряду (емпіричні початкові та центральні моменти, середнє арифметичне, дисперсія, середнє квадратичне відхилення тощо), способи їх знаходження.

Література [4, с. 187–196; 197–210; 5, с. 114–132; 6; 9]

Тема 6. Дискретні випадкові величини, розподіли їх ймовірностей та числові характеристики

1. Поняття випадкової величини, види випадкових величин.
2. Закон розподілу дискретної випадкової величини.
3. Числові характеристики випадкових величин, їх властивості.
4. Приклади законів розподілу дискретних випадкових величин (біномний розподіл, розподіл Бернуллі, розподіл Пуассона, гіпергеометричний розподіл тощо).

Література [1–3; 4, с. 64–100; 5, с. 82–89; 6; 9; 11; 14]

Тема 7. Неперервні випадкові величини, їх функції розподілу та числові характеристики

1. Інтегральна функція розподілу неперервної випадкової величини, її властивості.
2. Щільність розподілу, його властивості. Крива розподілу.
3. Приклади розподілів неперервних випадкових величин.
4. Математичне сподівання неперервної випадкової величини.
5. Дисперсія, середнє квадратичне відхилення.
6. Початкові та центральні моменти, коефіцієнт асиметрії, ексцес (крутизна).

Література [1–3; 4, с. 111–124, 145–147; 5, с. 90–102; 6; 9; 11]

Тема 8. Важливі закони розподілу неперервних випадкових величин

1. Закон рівномірного розподілу ймовірностей.
2. Експоненціальний закон та його використання в теорії надійності.
3. Нормальний розподіл та його значення в теорії ймовірностей. Нормальна крива.

Література [1–3; 4, с. 124–155; 5, с. 90–102; 6; 9; 11]

Тема 9. Багатовимірні випадкові величини

1. Двовимірні випадкові величини.
2. Функція розподілу. Щільність розподілу.
3. Визначення кореляційної залежності.
4. Двовимірний нормальний розподіл.
5. Багатовимірні випадкові величини.

Література [1–3; 4, с. 155–179; 5, с. 57–70; 6; 9; 14; 15]

Тема 10. Закон великих чисел. Граничні теореми теорії ймовірностей

1. Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева та її значення.
2. Теорема Бернуллі.
3. Центральна гранична теорема теорії ймовірностей та її використання в математичній статистиці.

Література [1–3; 4, с. 101–110, 135–137; 5, с. 106–112; 6; 9; 11; 14; 15]

Тема 11. Випадкові процеси

1. Основні поняття теорії випадкових процесів.
2. Стаціонарний пуассонівський процес.
3. Марковські процеси.
4. Елементи теорії масового обслуговування.

Література [1–3; 4, с. 69–72; 380–460; 6; 9]

Тема 12. Типові задачі математичної статистики

1. Предмет математичної статистики.
2. Генеральна та вибіркова сукупності.
3. Задачі математичної статистики.

Література [1–3; 4, с. 187–196; 5, с. 114–130; 6; 9; 11]

Тема 13. Деякі важливі розподіли у статистиці

1. Розподіл хі-квадрат.
2. Розподіл Стьюдента.
3. Розподіл Фішера.

Література [4–6; 9; 11]

Тема 14. Основи теорії оцінювання

1. Статистичне оцінювання.
2. Вимоги до статистичних оцінок.
3. Оцінка числових характеристик генеральної сукупності.

4. Методи отримання статистичних оцінок (метод моментів для одержання обґрунтованих оцінок параметрів (метод Пірсона), метод максимальної правдоподібності (метод Фішера).
5. Поняття про інтервальні оцінки. Довірчий (надійний) інтервал, його побудова для параметрів з нормальним розподілом.
6. Надійний інтервал для ймовірності.

Література [4, с. 197–219; 5, с. 133–139; 6; 9; 11]

Тема 15. Перевірка статистичних гіпотез

1. Статистичні гіпотези, їх класифікація.
2. Практичне значення статистичних перевірок гіпотез.
3. Загальна схема побудови критеріїв перевірки гіпотез.
4. Перевірка гіпотез (про вигляд розподілу, рівність дисперсій двох нормальних розподілів, незалежність двох випадкових величин тощо).

Література [4, с. 281–287; 5, с. 140–151; 6; 9; 11]

Тема 16. Елементи теорії кореляції і регресії

1. Суть і значення кореляційного аналізу.
2. Вибіркове рівняння регресії. Лінійна та нелінійна регресія.
3. Метод найменших квадратів знаходження параметрів регресії.
4. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості.

Література [4, с. 253–278; 6; 9]

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

Тема 1

1. Які події називаються випадковими?
2. Наведіть приклади достовірних і неможливих подій.
3. Які події називаються несумісними? Наведіть приклади.
4. Як ви розумієте поняття “ймовірність”?

5. Чому дорівнює ймовірність достовірної (неможливої) події?
6. Охарактеризуйте основні сполуки (перестановки, розміщення, сполучення) та наведіть приклади їх використання в задачах теорії ймовірностей.

Тема 2

7. Наведіть приклади елементарних і складених подій.
8. Що називається імовірнісним простором?
9. Опишіть на простих прикладах імовірнісний простір.
10. Які співвідношення між випадковими подіями ви знаєте?
11. Які операції виконуються над подіями?
12. Розкажіть про аксіоми, на яких базується теорія ймовірностей.

Тема 3

13. Розкажіть про незалежність подій і наведіть відповідні приклади.
14. Які події називаються незалежними в сукупності?
15. Які події називаються сумісними?
16. Чи є відмінність між незалежними та несумісними подіями?
17. Який зв'язок між незалежністю в сукупності та попарною незалежністю подій?
18. Яку подію називають протилежною? Наведіть приклади.
19. Як обчислити ймовірність протилежної події?
20. Поняття про повну групу подій.
21. Запишіть теорему додавання ймовірностей.
22. Що таке умовна ймовірність?
23. Розкажіть про властивості умовної ймовірності.
24. Сформулюйте теорему множення ймовірностей для двох залежних (незалежних) подій.
25. Запишіть формулу обчислення ймовірності появи хоча б однієї з n несумісних подій.
26. Що таке гіпотеза?
27. Які ймовірності називаються апіорними (апостеріорними)?

28. Який вигляд має формула повної ймовірності та яке її застосування?
29. Запишіть формулу Байєса й розкажіть, коли її застосовують.

Тема 4

30. Яка послідовність подій утворює схему Бернуллі? Наведіть приклади.
31. Запишіть формулу Бернуллі.
32. Визначте найімовірнішу кількість появ події A у схемі Бернуллі.
33. Як визначають кількість випробувань у схемі Бернуллі, яка дає змогу з імовірністю P стверджувати, що подія A з'явиться принаймні раз?
34. Розкажіть про доцільність використання граничної теореми у схемі Бернуллі?
35. Коли використовують локальну або інтегральну теорему Муавра–Лапласа або формулу Пуассона?
36. Властивості локальної й інтегральної функцій Лапласа.
37. Як оцінюється ймовірність випадкової події через частоту її появи?

Тема 5

38. Що таке статистичний ряд, варіанта, варіаційний ряд?
39. Дайте означення полігону частот. Як його побудувати?
40. Що таке гістограма частот, гістограма відносних частот? Як їх будують?
41. Для якого типу варіаційних рядів будуються гістограми?
42. Дайте означення варіаційного розмаху, абсолютного відхилення, коефіцієнта варіації та запишіть формули їх обчислення.
43. Розкажіть про вибіркове середнє, його властивості.
44. Розкажіть про вибіркову дисперсію, її властивості.
45. Що таке середнє квадратичне відхилення?
46. Що називається модою та медіаною вибірки?
47. За якими формулами визначають коефіцієнт асиметрії та ексцес для ряду розподілу?

Тема 6

48. Дайте означення випадкової величини.
49. Розкажіть про дискретні випадкові величини та наведіть приклади цих величин.
50. Які способи задання дискретної випадкової величини ви знаєте?
51. Дайте означення функції розподілу дискретної випадкової величини.
52. Сформулюйте основні властивості розподілу.
53. Як проконтролювати правильність побудови закону розподілу?
54. Як побудувати многокутник розподілу дискретної випадкової величини?
55. Як визначаються числові характеристики дискретних випадкових величин?
56. Властивості числових характеристик дискретних випадкових величин.
57. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин та умови їх застосування.
58. Наведіть приклад дискретної випадкової величини з біноміальним законом розподілу.
59. Якими параметрами визначається закон Пуассона?

Тема 7

60. Дайте означення функції розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин.
61. Наведіть приклади неперервних випадкових величин.
62. Що називається законом розподілу ймовірностей неперервних випадкових величин?
63. Розкажіть про властивості інтегральної функції розподілу ймовірностей.
64. Які властивості має щільність розподілу ймовірностей?
65. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
66. Розкажіть про властивості числових характеристик неперервних випадкових величин.

Тема 8

67. Назвіть важливі закони розподілу неперервних випадкових величин.
68. Опишіть закон рівномірного розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини.
69. Чому дорівнюють числові характеристики рівномірного розподілу неперервних випадкових величин?
70. Нормальний розподіл (розподіл Гаусса) та його значення в теорії ймовірностей.
71. Якими параметрами визначається нормальний закон розподілу?
72. Показниковий розподіл та його значення в теорії ймовірностей.
73. Наведіть приклади застосування експоненціального закону розподілу.
74. Якими параметрами визначається експоненціальний закон розподілу?

Тема 9

75. Дайте означення двовимірної випадкової величини.
76. Функція розподілу двовимірної випадкової величини.
77. Розкажіть про двовимірний нормальний розподіл ймовірностей.
78. Залежні та незалежні випадкові величини.
79. Що таке умовний закон розподілу?
80. Як визначають коефіцієнт кореляції випадкових величин?
81. Дайте означення багатовимірної випадкової величини.

Тема 10

82. Сформулюйте і доведіть нерівність Чебишева.
83. Доведіть теорему Чебишева.
84. У яких випадках застосовують теорему Бернуллі?
85. Розкажіть про граничні теореми, їх застосування в математичній статистиці.

Тема 11

86. Означення випадкового процесу та його основні характеристики.
87. Охарактеризуйте властивості випадкового процесу (стаціонарність, відсутність післядії, ординарність).
88. Що таке марковський процес?
89. Потік Пуассона, область його застосування. Наведіть приклад.

Тема 12

90. На чому базується математична статистика?
91. Розкажіть про генеральну та вибірку сукупності.
92. Яку вибірку називають випадковою?
93. Розкажіть про види вибірових сукупностей.
94. Які типи вибірок ви знаєте?
95. Яку вибірку називають репрезентативною?
96. Назвіть типові задачі математичної статистики.

Тема 13

97. Що таке емпірична функція розподілу?
98. Розповісти про розподіл χ^2 -квадрат.
99. Розподіл Стюдента та його застосування.
100. Що таке розподіл Фішера?

Тема 14

101. Розкажіть про основні завдання статистичного оцінювання.
102. Поняття статистичної оцінки.
103. Що таке незміщеність, ефективність, обґрунтованість, достатність статистичних оцінок?
104. Оцінка числових характеристик (дисперсії, математичного сподівання) генеральної сукупності.
105. Назвіть основні методи отримання статистичних оцінок.
106. Метод моментів для отримання спроможних оцінок параметрів (метод Пірсона).

107. Дайте означення логарифмічної функції правдоподібності.
108. Метод максимальної правдоподібності (метод Фішера).
109. Які оцінки параметрів розподілу називаються інтервальними?
110. Зазначте відмінності між точковим та інтервальним оцінюваннями.
111. Що слід ураховувати при виборі довірчої (надійної) ймовірності?
112. Розкажіть про прийнятність рівня значущості на прикладах конкретних задач.
113. Як визначається довірчий інтервал для математичного сподівання при відомому σ ?

Тема 15

114. Що таке статистична гіпотеза?
115. Розкажіть про область допустимих значень для статистичної гіпотези.
116. Які гіпотези називаються нульовою, альтернативною (конкуруючою)?
117. Які гіпотези називаються простими, складними? Наведіть приклади простої та складної гіпотез.
118. Що називають статистичною перевіркою гіпотез?
119. Що таке статистичний критерій?
120. Що називається рівнем значущості критерію?
121. У чому полягає перевірка гіпотези про вигляд розподілу?
122. У чому полягає перевірка гіпотези про рівність двох нормальних розподілів?

Тема 16

123. Розкажіть про типи зв'язку між випадковими величинами.
124. Що таке кореляційна залежність?
125. Як будують кореляційне поле? Коли його використовують?
126. Опишіть структуру кореляційної таблиці.
127. В якому випадку кореляційну залежність називають лінійною?

128. Вибіркове рівняння регресії. Лінійна та нелінійна функції регресії.
129. Розкажіть про метод найменших квадратів знаходження параметрів регресії.
130. Як визначають вибірковий коефіцієнт кореляції?
131. Що таке вибірковий коефіцієнт кореляції?
132. Які властивості має вибірковий коефіцієнт кореляції?
133. В якому випадку кореляційну залежність називають нелінійною? Наведіть типові приклади нелінійної кореляції.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1963.
2. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. — М.: Физматгиз, 1961.
3. *Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я.* Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1976.
4. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк., 1999.
5. *Горбань С. Ф., Снижко Н. В.* Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: МАУП, 1999.
6. *Гурский Е. М.* Теория вероятностей с элементами математической статистики. — М.: Высш. шк., 1971.
7. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Практикум з курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”. — К.: Вид-во КІНГ, 1991.
8. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Практикум з математичної статистики. — К.: Вид-во КІНГ, 1991.
9. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Теорія ймовірностей з елементами математичної статистики. — К.: НМК ВО, 1991.
10. *Агапов Г. И.* Задачник по теории вероятностей. — М.: Высш. шк., 1986 — 80 с.
11. *Тюрин Ю. Н., Макаров А. А.* Анализ данных на компьютере: ИНФРА-М, 2003. — 544 с

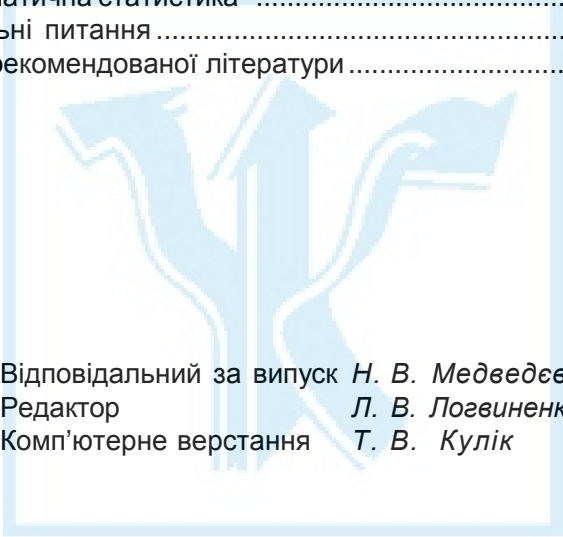
Додаткова

12. *Гмурман В. Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высш. шк., 1999.
13. *Кремер Н. Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: ЮНИТИ, 2000.
14. *Чистяков В. П.* Курс теории вероятностей. — М., 1978.
15. *Шефтель З. Г.* Теорія ймовірностей. — К., 1994.
16. *Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И.* Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: Выща шк., 1979.



ЗМІСТ

Пояснювальна записка	3
Навчально-тематичний план вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика”	4
Програмний матеріал до вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика”	5
Контрольні питання	9
Список рекомендованої літератури	16



Відповідальний за випуск *Н. В. Медведєва*
Редактор *Л. В. Логвиненко*
Комп'ютерне верстання *Т. В. Кулік*

МАУП

Зам. № ВКЦ-1916

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП