

МІЖРЕГІОНАЛЬНА  
АКАДЕМІЯ УПРАВЛІННЯ ПЕРСОНАЛОМ



**НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА**

**дисципліни**

**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**

**(для бакалаврів, спеціалістів  
спеціальності “Психологія”)**

**МАУП**

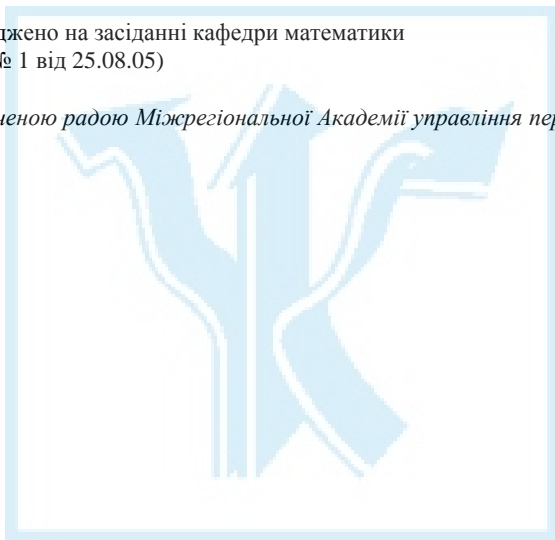
Київ 2005

Підготовлено кандидатами фізико-математичних наук  
*Р. К. Чорнесь та А. Б. Телейком*

Затверджено на засіданні кафедри математики  
(Протокол № 6 від 15.06.02)

Перезатверджено на засіданні кафедри математики  
(протокол № 1 від 25.08.05)

*Схвалено Вченою радою Міжрегіональної Академії управління персоналом*



**Чорней Р. К., Телейко А. Б.** Навчальна програма дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” (для бакалаврів, спеціалістів спеціальності “Психологія”). — К.: МАУП, 2005. — 24 с.

Навчальна програма містить пояснювальну записку, навчально-тематичний план, програмний матеріал до вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика”, вказівки до виконання контрольної роботи, теоретичні питання та задачі для контрольних робіт, питання для самоконтролю студентів, а також список рекомендованої літератури.

© Міжрегіональна Академія  
управління персоналом (МАУП),  
2005

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Навчальний курс “Теорія ймовірностей і математична статистика” посідає важливе місце в підготовці фахівців вищої кваліфікації — психологів, медичних психологів. Без знання елементів цієї дисципліни неможливо вивчити закономірності випадкових явищ і використовувати їх у статистичному підтвердженні психологічних концепцій.

Курс “Теорія ймовірностей та математична статистика” є базовою дисципліною для подальшого вивчення курсу “Математико-статистичні методи в психології”.

У результаті вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” студенти повинні *знати*:

- основні поняття і теореми теорії ймовірностей;
- основні методи знаходження ймовірностей випадкових величин;
- основні закони розподілу випадкових величин;
- граничні теореми теорії ймовірностей;
- основні поняття математичної статистики;
- основні методи статистичного опису результатів спостереження;
- основні методи перевірки статистичних гіпотез;
- елементи дисперсійного аналізу;
- елементи теорії регресії і кореляції.

А також *уміти*:

- знаходити ймовірності складних подій;
- аналізувати дискретні і неперервні випадкові величини;
- застосовувати статистичні методи для обробки й аналізу даних і приймати на основі цього обґрунтовані рішення.

Здобуті теоретичні знання з цієї дисципліни дадуть можливість студентам правильно застосовувати засоби й методи теорії ймовірностей та математичної статистики, які є основою для розв’язання багатьох психологічних завдань.

**НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН**  
**вивчення дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ**  
**I МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**

№ п/п	Назва теми
1	Основні поняття теорії ймовірностей
2	Залежні й незалежні випадкові події. Основні формули множення й додавання ймовірностей
3	Спроби за схемою Бернуллі
4	Одновимірні випадкові величини
5	Багатовимірні випадкові величини
6	Функції випадкових величин
7	Основні закони розподілу дискретних випадкових величин
8	Основні закони розподілу неперервних випадкових величин
9	Граничні теореми теорії ймовірностей
10	Елементи математичної статистики. Вибірковий метод
11	Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Статистичні гіпотези
12	Елементи дисперсійного аналізу
13	Елементи теорії регресії і кореляції

**ПРОГРАМНИЙ МАТЕРІАЛ**  
**до вивчення дисципліни**  
**“ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ**  
**I МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”**

**Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей**

1. Предмет курсу, його зміст.
2. Класифікація подій. Операції над подіями.
3. Визначення ймовірності випадкової події.
4. Елементи комбінаторики у теорії ймовірностей.
5. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки.
6. Геометрична ймовірність, статистична ймовірність.

*Література* [1–4; 5 с. 3–12; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

**Тема 2. Залежні й незалежні випадкові події.**

**Основні формули множення й додавання ймовірностей**

1. Поняття залежності й незалежності випадкових подій.
2. Умовна ймовірність та її властивості.
3. Формули множення ймовірностей для залежних і незалежних випадкових подій.
4. Формула повної ймовірності та формула Байєса.

*Література* [1–4; 5, с. 16–22; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

**Тема 3. Спроби за схемою Бернуллі**

1. Визначення повторних незалежних спроб.
2. Формули Бернуллі для обчислення ймовірності появи події певної кількості раз і найімовірнішої кількості появи цієї події.
3. Локальна та інтегральна теореми Муавра—Лапласа.
4. Формула Пуассона для малої ймовірних випадкових подій.

*Література* [1–4; 5, с. 26–35; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

**Тема 4. Одновимірні випадкові величини**

1. Визначення випадкової величини.
2. Закони розподілу дискретних і неперервних випадкових величин.
3. Функція розподілу ймовірностей та її властивості.
4. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія та їх властивості, середнє квадратичне відхилення, мода і медіана.
5. Числові характеристики середнього арифметичного  $n$  незалежних випадкових величин.

*Література* [1–4; 5, с. 38–53; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

**Тема 5. Багатовимірні випадкові величини**

1. Визначення багатовимірної випадкової величини та закон її розподілу.
2. Система двох дискретних випадкових величин, числові характеристики системи, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції та його властивості.

3. Функція розподілу ймовірностей та щільність імовірностей системи, їх властивості.
4. Числові характеристики системи двох неперервних випадкових величин. Умовні закони розподілу та їх числові характеристики.
5. Визначення кореляційної залежності.
6. Система  $n$  випадкових величин, числові характеристики системи, кореляційна матриця, нормована кореляційна матриця.

*Література* [1–4; 5, с. 57–70; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

### **Тема 6. Функції випадкових величин**

1. Визначення функції випадкових величин.
2. Функція дискретного випадкового аргументу та її числові характеристики.
3. Функція неперервного випадкового аргументу та її числові характеристики.
4. Функція двох випадкових аргументів.
5. Визначення функції розподілу ймовірностей та щільності для функцій двох випадкових аргументів.

*Література* [1–4; 5, с. 72–79; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

### **Тема 7. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин**

1. Визначення дискретної випадкової величини.
2. Імовірнісна твірна функція та її властивості.
3. Біноміальний, пуассонівський, геометричний, рівномірний закони розподілу, імовірнісні твірні функції для цих законів та їх числові характеристики.
4. Гіпергеометричний закон.

*Література* [1–4; 5, с. 82–87; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

### **Тема 8. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин**

1. Нормальний закон розподілу та його значення у теорії ймовірностей. Логарифмічний нормальний закон.
2. Експоненціальний закон та його використання у теорії надійності, теорії черг.
3. Рівномірний закон.
4. Розподіл  $\chi^2$ . Розподіл Стьюдента.

*Література* [1–4; 5, с. 90–102; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

### **Тема 9. Граничні теореми теорії ймовірностей**

1. Нерівність Чебишева та її значення. Теорема Чебишева.
2. Теорема Бернуллі.
3. Центральна гранична теорема теорії ймовірностей (теорема Ляпунова) та її використання у математичній статистиці.

*Література* [1–4; 5, с. 106–112; 7–9; 14; 19; 22; 27; 46; 47]

### **Тема 10. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод**

1. Генеральна та вибіркова сукупності. Проблема репрезентативності.
2. Вибірка. Статистичні розподіли вибірок.
3. Гістограма, полігон і кумулята статистичних розподілів.
4. Числові характеристики вибірки: вибіркове середнє, дисперсія вибірки, середньоквадратичне відхилення, мода і медіана для дискретних та інтервальних статистичних розподілів вибірки.

*Література* [2; 5, с. 114–130; 9; 11; 13–15; 17–20; 22; 25; 27; 31]

### **Тема 11. Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Статистичні гіпотези**

1. Статистична оцінка.
2. Точкові статистичні оцінки: зміщені і незміщені, ефективні й обґрунтовані.
3. Точкові незміщені статистичні оцінки для вибіркового середнього та вибіркової дисперсії, виправлена дисперсія.
4. Інтервальні статистичні оцінки.
5. Точність і надійність оцінки, визначення довірчого інтервалу, побудова довірчих інтервалів для вибіркового середнього за відомого значення середньоквадратичного відхилення вибірки і за невідомого. Побудова довірчих інтервалів для вибіркової дисперсії, вибіркового середнього квадратичного відхилення.
6. Статистична гіпотеза: основна й альтернативна, проста і складена.
7. Помилки першого і другого роду.
8. Статистичний критерій, спостережене значення критерію.
9. Критична область, область прийняття нульової гіпотези, критична точка.
10. Перевірка правдивості статистичних гіпотез про рівність двох генеральних середніх та двох дисперсій, ознаки яких мають нормальні закони розподілу.

11. Перевірка правдивості нульової гіпотези нормального закону розподілу ознаки генеральної сукупності.
12. Емпіричні та теоретичні частоти.
13. Критерій узгодженості Пірсона, Смирнова.  
*Література* [2; 5, с. 133–148; 9; 11; 13–15; 17–22; 25; 27; 31]

### ***Тема 12. Елементи дисперсійного аналізу***

1. Модель експерименту.
2. Однофакторний аналіз.
3. Таблиця результатів спостережень.
4. Загальна дисперсія, міжгрупова та внутрішньогрупова дисперсії.
5. Незміщені оцінки дисперсій.
6. Загальний метод перевірки впливу фактора на ознаку способом порівняння дисперсій.
7. Поняття про двофакторний дисперсійний аналіз.  
*Література* [2; 9; 11; 13–15; 17–20; 22; 23; 25; 27; 31; 38]

### ***Тема 13. Елементи теорії регресії і кореляції***

1. Функціональна, статистична і кореляційна залежності.
2. Рівняння парної регресії. Властивості статистичних оцінок параметрів парної функції регресії.
3. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості.
4. Довірчий інтервал для лінії регресії.
5. Коефіцієнт детермінації.
6. Множинна регресія, визначення статистичних оцінок для параметрів лінійної множинної функції регресії.
7. Множинний коефіцієнт кореляції та його властивості.
8. Нелінійна регресія.
9. Визначення статистичних оцінок для нелінійних функцій регресії.  
*Література* [2; 9; 11; 13–15; 17–20; 22; 24; 25; 27; 31]



## **ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Контрольна робота складається з двох теоретичних питань і чотирьох задач. Номери теоретичних питань студент вибирає за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (див. таблицю).

Остання цифра номера залікової книжки студента	Номери теоретичних питань
1	1, 11
2	2, 12
3	3, 13
4	4, 14
5	5, 15
6	6, 16
7	7, 17
8	8, 18
9	9, 19
0	10, 20

Кожна задача містить 10 варіантів даних. Номер варіанта студент вибирає за останньою цифрою номера своєї залікової книжки (наприклад, цифра “0” — варіант 10).

Контрольну роботу студенти виконують у зошиті або на аркушах формату А4 з полями для позначок викладача. При виконанні кожного завдання необхідно вказати його номер та переписати умову. Процес розв’язання завдання обов’язково потрібно супроводжувати поясненнями. У розрахунках слід використовувати правила наближених обчислень.

## **ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ**

1. Класичне та статистичне визначення ймовірності. Геометрична ймовірність.
2. Теорема додавання та множення ймовірностей.
3. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.
4. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Муавра—Лапласа.

5. Закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини. Закони біноміальний та Пуассона.
6. Числові характеристики дискретних випадкових величин.
7. Функція розподілу ймовірностей випадкової величини.
8. Щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини.
9. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
10. Рівномірний, нормальний, показниковий розподіли та їх характеристики.
11. Функція одного, двох випадкових аргументів.
12. Закон розподілу двовимірної випадкової величини.
13. Умовні закони розподілу ймовірностей складових дискретної двовимірної випадкової величини.
14. Числові характеристики неперервної системи двох випадкових величин.
15. Статистичний розподіл вибірки. Емпірична функція розподілу. Полігон і гистограма.
16. Статистичні (точкові та інтервальні) оцінки параметрів розподілу.
17. Лнійна, криволінійна та рангова кореляції.
18. Статистична перевірка статистичних гіпотез.
19. Однофакторний дисперсійний аналіз.
20. Теоретичні розподіли, що використовуються у статистичних висновках.

### **ЗАДАЧІ ДЛЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ**

#### **Задача 1**

У групі з 100 випадково вибраних осіб здійснювалось вимірювання за двома ознаками:  $X$  (рівень оптимізму) та  $Y$  (рівень цілеспрямованості). Обидві ознаки вимірювались за 5-бальними шкалами. Дані дослідження наведені у таблиці.

Рівень ознак, балів	Кількість осіб за ознакою $X$					Кількість осіб за ознакою $Y$				
	Варіант					Варіант				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	10	8	12	9	7	5	8	11	11	18
2	30	32	28	30	18	34	25	27	19	30
3	40	42	40	38	55	43	43	48	49	36
4	15	15	16	18	16	17	20	12	20	14
5	5	3	4	5	4	1	4	2	1	2

Рівень ознак, балів	Кількість осіб за ознакою $X$					Кількість осіб за ознакою $Y$				
	Варіант					Варіант				
	6	7	8	9	10	6	7	8	9	10
1	8	6	5	10	12	8	6	7	3	10
2	23	28	34	28	30	30	31	26	27	32
3	52	41	43	41	29	43	52	45	47	44
4	15	20	17	18	24	16	9	17	21	11
5	2	5	1	3	5	3	2	5	2	3

Обчисліть:

- емпіричні ймовірності: а)  $P(X=3)$ ; б)  $P(Y=2)$ ; в)  $P(X=4 \text{ і } Y=4)$ , якщо  $P(X=4 \text{ або } Y=4) = 1/4$ ; г)  $P(X=1 \text{ або } X=2)$ ; д)  $P(X=5 / Y=5)$ , якщо  $P(X=5 \text{ або } Y=5) = 1/20$ ;
- для обох ознак їх емпіричні: а) математичне сподівання; б) дисперсію; в) середньоквадратичне відхилення.

### Задача 2

У групі з 120 випадково вибраних осіб проводилося тестування рівня інтелекту. Одне з запитань тесту було таке: “Чи правда, що  $3^4$  більше за  $4^3$ ?”. Статистичні дані свідчать, що 80 % людей відповідають “так” на це запитання. Знайдіть:

- ймовірність того, що у досліджуваній групі  $n$  осіб дадуть відповідь “ні”;
- математичне сподівання та дисперсію розподілу кількості осіб з групи, які можуть дати відповідь “так”.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість осіб, $n$	10	20	30	15	25	12	28	16	24	18

### Задача 3

У групі з 175 випадково вибраних осіб вимірювалась ознака  $A$  (рівень агресивності) за 7-бальною шкалою. Дані вимірювань наведені у таблиці.

Рівень ознаки, балів		1	2	3	4	5	6	7	
Кількість осіб	Варіант	1	20	30	40	50	20	10	5
		2	15	35	45	45	20	10	5
		3	10	25	45	55	25	10	5
		4	15	30	40	50	25	10	5
		5	20	25	50	50	15	10	5
		6	25	35	45	45	10	10	5
		7	15	35	40	55	15	10	5
		8	20	25	35	55	15	15	10
		9	5	20	40	50	25	20	15
		10	10	30	40	50	20	15	10

Знайдіть:

- емпіричну функцію розподілу ознаки  $A$ ;
- емпіричну щільність розподілу ознаки  $A$ ;
- математичне сподівання та дисперсію ознаки  $A$ ;
- моду та медіану ознаки  $A$ .

Побудуйте полігон та кумуляту частот розподілу ознаки  $A$ .

#### Задача 4

У групі з 80 випадково вибраних лікарів вимірювали рівень консервативності (ознака  $A$ ) за 5-бальною шкалою. Дані дослідження наведені у таблиці.

#### Варіант 1

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	4	2	4	1
2	3	6	1	0
3	0	4	11	6
4	2	5	12	7
5	1	3	2	6
Разом	10	20	30	20

## Варіант 2

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	1	3	6	2
2	2	4	5	5
3	3	3	7	5
4	3	4	7	4
5	1	6	5	4
Разом	10	20	30	20

## Варіант 3

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	2	3	6	2
2	1	3	6	3
3	1	3	6	5
4	4	5	6	6
5	2	6	6	4
Разом	10	20	30	20

## Варіант 4

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	0	6	7	0
2	2	4	5	2
3	0	3	4	6
4	4	3	6	8
5	4	4	8	4
Разом	10	20	30	20

### Варіант 5

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	2	3	5	3
2	1	3	7	5
3	0	6	4	2
4	3	5	7	4
5	4	3	7	6
Разом	10	20	30	20

### Варіант 6

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	0	2	5	5
2	2	3	8	5
3	5	5	8	3
4	2	6	6	3
5	1	4	3	4
Разом	10	20	30	20

### Варіант 7

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	0	5	4	2
2	1	4	5	1
3	2	3	4	4
4	3	5	6	6
5	4	3	11	7
Разом	10	20	30	20

### Варіант 8

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	2	4	4	4
2	1	3	6	3
3	3	5	5	6
4	0	2	8	2
5	4	6	7	5
Разом	10	20	30	20

### Варіант 9

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	2	3	5	4
2	2	4	4	3
3	2	5	6	2
4	2	3	7	5
5	2	5	8	6
Разом	10	20	30	20

### Варіант 10

Рівень консервативності (ознака $A$ ), балів	Кількість лікарів віком			
	17–25 років	26–35 років	36–45 років	старше 45 років
1	2	2	6	4
2	3	3	5	4
3	1	4	7	4
4	1	5	4	3
5	3	6	8	5
Разом	10	20	30	20

- 1) Знайдіть середні значення ознаки  $A$  у кожній віковій групі.
- 2) Побудуйте інтервальний варіаційний ряд за середніми значеннями ознаки  $A$  для вікових інтервалів.
- 3) Побудуйте гістограму цього варіаційного ряду.
- 4) Обчисліть коефіцієнт кореляції між середнім значенням ознаки  $A$  та віком лікарів.
- 5) Знайдіть середнє значення та стандартне відхилення ознаки  $A$  для всієї групи.
- 6) Знайдіть 95%-й довірчий інтервал для середнього значення ознаки  $A$  у генеральній сукупності (всіх лікарів).

## ***ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ СТУДЕНТІВ***

### ***Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей***

1. Що вивчає теорія ймовірностей?
2. Що таке ймовірність?
3. Що таке елементарна, складена подія?
4. Які ви знаєте операції над подіями?
5. Дайте різні визначення ймовірності.
6. Що таке перестановки, змішування, сполучення?

### ***Тема 2. Залежні й незалежні випадкові події.***

#### ***Основні формули множення й додавання ймовірностей***

7. Які події називаються залежними, незалежними?
8. Які події називаються сумісними, несумісними?
9. Сформулюйте і запишіть теорему додавання ймовірностей.
10. Що таке умовна ймовірність?
11. Які властивості має умовна ймовірність?
12. Сформулюйте і запишіть теорему множення ймовірностей для залежних і незалежних подій.
13. Запишіть формулу обчислення ймовірності появи хоча б однієї із  $n$  несумісних подій.
14. Що таке гіпотеза?
15. Що таке повна група подій? Наведіть приклад.
16. Сформулюйте умови застосування формули повної ймовірності.
17. Запишіть формулу повної ймовірності.



18. Який вигляд має формула Байєса?
19. Коли застосовують формулу Байєса?

### ***Тема 3. Спроби за схемою Бернуллі***

20. Яка послідовність подій утворює схему Бернуллі?
21. За якими формулами обчислюють ймовірності появи події  $A$  менше  $m$ , не менше  $m$  в  $n$  випробуваннях схеми Бернуллі?
22. Як обчислити найімовірніше значення кількості появ події  $A$  в схемі Бернуллі?
23. Як обчислити кількість випробовувань у схемі Бернуллі, яка дозволяє з імовірністю  $p$  стверджувати, що подія  $A$  з'явиться хоч раз?
24. В яких випадках доцільно використовувати граничні теореми в схемі Бернуллі?
25. Коли використовується локальна або інтегральна теорема Муавра—Лапласа або формула Пуассона?
26. Як визначаються і які властивості мають локальна та інтегральна функції Лапласа?

### ***Тема 4. Одновимірні випадкові величини***

27. Що таке випадкова величина? Дискретна і неперервна випадкові величини.
28. Назвіть способи задання дискретної випадкової величини.
29. Вкажіть основні закони розподілу дискретної випадкової величини та умови їх застосування.
30. Як визначається функція розподілу і щільності ймовірностей неперервних випадкових величин?
31. Які властивості зазначених функцій?
32. Який зв'язок між інтегральною та диференційною функціями розподілу ймовірностей?
33. Як визначаються числові характеристики дискретних випадкових величин?
34. Які їх властивості?
35. Як визначаються числові характеристики неперервних випадкових величин?
36. Які їх властивості?

37. За якими формулами обчислюють ймовірність потрапляння випадкової величини в інтервал  $(a, b)$ , використовуючи інтегральну або диференціальну функцію розподілу?
38. Вкажіть основні закони розподілу неперервних випадкових величин.
39. Чому дорівнюють числові характеристики основних законів розподілу дискретних та неперервних випадкових величин?
40. За якими формулами обчислюють ймовірність потрапляння випадкової величини  $X$  в інтервал  $(a, b)$ , якщо  $X$  розподілена рівномірно, за експоненціальним або нормальним законами?
41. Як знайти функції розподілу  $F = \varphi(x)$ , якщо  $X$  — дискретна або неперервна випадкова величина?
42. Запишіть формули обчислення числових характеристик функції дискретного та неперервного випадкового аргументу.
43. Як визначаються початкові і центральні моменти, коефіцієнт кореляції? Як пов'язані поняття кореляції, залежності та незалежності випадкових величин?
44. Сформулюйте “правило трьох сигм” та його використання.

### ***Тема 5. Багатовимірні випадкові величини***

45. Що таке багатовимірна випадкова величина?
46. Дайте визначення закону розподілу багатовимірної випадкової величини.
47. Як визначити закон розподілу окремих випадкових величин, що входять в систему?
48. Що таке умовний закон розподілу?
49. Дайте визначення залежних і незалежних випадкових величин.
50. Як знайти коефіцієнт кореляції випадкових величин?
51. Чи рівнозначні поняття некорельованості та незалежності? Наведіть приклад.

### ***Тема 6. Функції випадкових величин***

52. Що таке функція випадкових величин?
53. Запишіть формули для обчислення математичного сподівання, дисперсії та середнього квадратичного відхилення функції дискретного та неперервного випадкового аргументу.

54. Як знайти закон розподілу функції одного неперервного випадкового аргументу?
55. Запишіть формулу для знаходження закону розподілу функції двох випадкових величин  $X$  і  $Y$  за відомою щільністю сумісного розподілу цих величин  $f(x, y)$ .
56. Що таке композиція законів розподілу? Запишіть формулу для знаходження композиції двох законів розподілу.

### ***Тема 7. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин***

57. Що таке дискретна випадкова величина?
58. Наведіть приклад дискретної випадкової величини з біноміальним законом розподілу.
59. Якими параметрами визначається закон Пуассона? Які числові характеристики представляють ці параметри?
60. Запишіть функції розподілів випадкових величин, розподілених за гіпергеометричним, геометричним і рівномірним законами.

### ***Тема 8. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин***

61. Що таке неперервна випадкова величина?
62. Дайте визначення характеристичної функції і наведіть приклади її застосування у теорії ймовірностей.
63. Наведіть основні властивості характеристичних функцій.
64. Якими параметрами визначається нормальний закон розподілу?
65. Чому нормальний закон іноді називають граничним?
66. У чому полягає так зване “правило трьох сигм”?
67. Наведіть приклади застосування експоненціального закону. Якими параметрами він визначається?
68. Де використовуються розподіли  $\chi^2$  і Стюдента?

### ***Тема 9. Граничні теореми теорії ймовірностей***

69. Сформулюйте теорему Чебишева.
70. Запишіть нерівність Чебишева. Які нерівності з неї випливають?
71. У яких випадках застосовують теорему Бернуллі? Сформулюйте її.
72. Що таке граничні теореми? Наведіть приклади їх застосування у математичній статистиці.
73. Сформулюйте найпростішу граничну теорему.

**Тема 10. Елементи математичної статистики. Вибірковий метод**

74. У чому полягає відмінність генеральної сукупності від вибірки, що між ними спільного?
75. Що таке варіаційний ряд? У чому полягає його відмінність від статистичного?
76. Дайте визначення полігону частот. Як він будується?
77. Що таке гістограма? Для якого типу варіаційного ряду вона будується?
78. Що спільного між вибірковим середнім і математичним сподіванням випадкової величини?
79. Сформулюйте визначення моди та медіани. У яких випадках застосовують ці поняття?

**Тема 11. Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності. Статистичні гіпотези**

80. Скільки параметрів потрібно оцінити за вибіркою для випадкової величини, що має біноміальний закон розподілу?
81. Дайте визначення незміщеності, ефективності, спроможності статистичних оцінок.
82. Чи буде оцінка  $\Theta_n$  незміщеною оцінкою параметра  $X = 5$ , якщо  $M(\Theta_n) = 6$ ?
83. Відомо, що  $\Theta_n$  і  $T_n$  є незміщеними оцінками параметра  $X$ , але  $D(\Theta_n) = 3$ , а  $D(T_n) = 2$ . Якій з оцінок,  $\Theta_n$  чи  $T_n$ , слід віддати перевагу при оцінюванні параметра  $X$  і чому?
84. У чому полягає відмінність точкового та інтервального оцінювання, що між ними спільного?
85. Мала чи велика довірча ймовірність  $p = 0,99$ ?
86. Дайте визначення області допустимих значень для статистичної гіпотези.
87. Яка гіпотеза називається альтернативною?
88. Наведіть приклади похибок першого та другого роду у прийнятті статистичних гіпотез.
89. У чому полягає критерій  $\chi^2$  Пірсона? У яких випадках він застосовується?
90. Що таке рівень значущості?

## ***Тема 12. Елементи дисперсійного аналізу***

91. Що таке дисперсійний аналіз? У чому полягає його основна ідея?
92. В яких випадках застосовується однофакторний аналіз і у чому він полягає?
93. В який спосіб створюються і заповнюються таблиці результатів спостережень?
94. Які види дисперсій ви знаєте? У чому їх відмінність?
95. Як обчислюють незміщені оцінки дисперсій?
96. У чому полягає загальний метод перевірки впливу фактора на ознаку способом порівняння дисперсій?
97. Що таке двофакторний дисперсійний аналіз? У яких випадках він застосовується?

## ***Тема 13. Елементи теорії регресії і кореляції***

98. Які форми залежності між величинами ви знаєте? У чому полягає їх відмінність?
99. Що таке регресія?
100. Як будується поле кореляції? Для чого воно використовується?
101. Які методи обчислення коефіцієнтів парної лінійної регресії ви знаєте?
102. Наведіть властивості статистичних оцінок параметрів регресії.
103. Як знайти вибіркового коефіцієнта кореляції?
104. Що таке довірчий інтервал для лінії регресії і як він знаходиться?
105. Яким чином обчислюється коефіцієнт детермінації?
106. Що таке множинна регресія?
107. Як обчислюють статистичні оцінки параметрів множинної регресії?
108. У яких випадках потрібно застосовувати множинну регресію?
109. Що таке множинний коефіцієнт регресії? Як він знаходиться?
110. Дайте визначення і приклади нелінійної регресії.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### Основна

1. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. — М.: Физматгиз, 1963.
2. *Гмурман В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высш. шк., 1999.
3. *Гнеденко Б. В.* Курс теории вероятностей. — М.: Физматгиз, 1961.
4. *Гнеденко Б. В., Хинчин А. Я.* Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука, 1976. — 168 с.
5. *Горбань С. Ф., Снижко Н. В.* Теория вероятностей и математическая статистика. — К.: МАУП, 1999. — 168 с.
6. *Готтсданкер Р.* Основы психологического эксперимента: Пер. с англ. — М.: Изд-во МГУ, 1982. — С. 234–424.
7. *Гурский Е. М.* Теория вероятностей с элементами математической статистики. — М.: Высш. шк., 1971.
8. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. — К.: УМК ВО, 1991.
9. *Карасев А. И.* Теория вероятности и математическая статистика. — М.: Статистика, 1977. — С. 145–273.
10. *Сидоренко Е. В.* Методы математической обработки в психологии. — СПб.: ООО “Речь”, 2001. — 350 с.
11. *Суходольский Г. В.* Основы математической статистики для психологов. — Л., 1972. — С. 429–490.

### Додаткова

12. *Аванесов В. С.* Тесты в социологическом исследовании. — М.: Наука, 1982. — 199 с.
13. *Айвазян С. А., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д.* Прикладная статистика. Основы моделирования и первичной обработки данных: Справ. изд. — М.: Финансы и статистика, 1983. — С. 246–471.
14. *Артемяева Е. Ю.* Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике для психологов. — М.: Изд-во МГУ, 1969. — 92 с.
15. *Бешелев С. Д., Гурвич Ф. Г.* Математико-статистические методы экспертных оценок. — М.: Статистика, 1980. — 263 с.
16. *Бурлачук Л. Д., Морозов С. М.* Словарь-справочник по психологической диагностике. — К.: Наук. думка, 1989. — 200 с.

17. *Вайнберг Дж., Шуменер Дж.* Статистика: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1979. — 389 с.
18. *Гласе Дж., Стенли Дж.* Статистические методы в педагогике и психологии: Пер. с англ. — М.: Прогресс, 1976. — 494 с.
19. *Гмурман В. Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высш. шк., 2002. — 405 с.
20. *Громыко Г. Л.* Статистика. — М.: Изд-во МГУ, 1981. — С. 3–166.
21. *Дублер Е. В., Генкин А. А.* Применение критериев непараметрической статистики в медико-биологических исследованиях. — Л.: ВМА, 1966. — 58 с.
22. *Жлуктенко В. І., Наконечний С. І.* Практикум з курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”. — К.: КІНГ, 1991.
23. *Жуковский В. М., Мучнин И. Б.* Факторный анализ в социально-психологических исследованиях. — М.: Статистика, 1976.
24. *Кендал М. Дж.* Ранговые корреляции: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1975.
25. *Кимбл Г.* Как правильно пользоваться статистикой: Пер. с англ. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 294 с.
26. *Клайн П.* Справочное руководство по конструированию тестов: Пер. с англ. — К.: Изд-во “Пан ЛТД”, 1994. — 283 с.
27. *Кремер Н. Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: ЮНИТИ, 2000.
28. *Кринецкий И. И.* Основы научных исследований. — К.; Одесса: Высш. шк., 1981. — С. 3–176.
29. *Крылов В. Ю., Морозов Ю. И.* Кибернетические модели и психология. — М.: Наука, 1984. — С. 125–167.
30. *Лбов Г. С.* Методы обработки разнотипных экспериментальных данных. — Новосибирск: Наука, 1981.
31. *Математическая статистика: Учебник.* — М.: Высш. шк., 1981. — 371 с.
32. *Математические методы в социальных науках:* Пер. с англ. — М.: Прогресс, 1973. — 351 с.
33. *Мельников В. Г.* Медицинская кибернетика. — К.: Высш. шк., 1976. — С. 148–194.
34. *Мельников В. М., Ямпольский Л. Г.* Введение в экспериментальную психологию личности. — М.: Просвещение, 1985. — С. 167–202.
35. *Методы социальной психологии / Под ред. Е. С. Кузьмина, В. С. Семенова.* — Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. — С. 43–66.

36. *Минцер О. П., Угаров Б. Н., Власов В. В.* Методы обработки медицинской информации. — К.: Высш. шк., 1982. — 160 с.
37. *Мюллер П., Нойман, Шторм Р.* Таблицы по математической статистике: Пер. с нем. — М.: Финансы и статистика, 1982. — 178 с.
38. *Окунь Я.* Факторный анализ: Пер. с польск. — М.: Статистика, 1974.
39. *Паповян С. С.* Математические методы в социальной психологии. — М.: Наука, 1983. — 147 с.
40. *Практикум по общей экспериментальной психологии* / Под общ. ред. А. А. Крылова. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. — С. 6–43.
41. *Социальная психология и общественная практика.* — М.: Наука, 1985. — С. 199–294.
42. *Социальная психология: Учеб. пособие для студ. пед. ин-тов* / Под ред. А. В. Петровского. — М.: Просвещение, 1987. — С. 40–49.
43. *Справочник по теории вероятностей и математической статистике.* — К.: Наук. думка, 1978. — 582 с.
44. *Урбах В. Ю.* Статистический анализ в биологических и медицинских исследованиях. — М.: Медицина, 1975.
45. *Хастинг Н., Пикон Дж.* Справочник по статистическим распределениям: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1980. — 95 с.
46. *Чистяков В. П.* Курс теории вероятностей. — М., 1978.
47. *Шефтель З. Г.* Теорія ймовірностей. — К., 1994.



## ***ЗМІСТ***

Пояснювальна записка .....	3
Навчально-тематичний план вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” .....	4
Програмний матеріал до вивчення дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” .....	4
Вказівки до виконання контрольної роботи .....	9
Теоретичні питання для контрольних робіт .....	9
Задачі для контрольних робіт .....	10
Питання для самоконтролю студентів .....	16
Список рекомендованої літератури .....	22

Відповідальний за випуск  
Редактор  
Комп’ютерна верстка

*Н. В. Медведєва*  
*Л. С. Тоболіч*  
*Н. М. Музиченко*

**МАУП**

Зам. № ВКЦ-1192

Міжрегіональна Академія управління персоналом (МАУП)  
03039 Київ-39, вул. Фрометівська, 2, МАУП